

主成分分析を利用した因果モデルの開発

渡 瀬 一 紀*

A Development of a Causal Model by Principal Component Analysis

Kazunori WATASE

The short-term economic survey (Tanki Keizai Kansoku Chousa) of the Bank of Japan includes questionnaires on business circumstances. A purpose of this paper is to analyze causal relationships among individual items in questionnaires by using path analysis. In path analysis, model building presents the greatest difficulty. So in this paper, principal component analysis was used to develop a causal model.

The causal model obtained agrees with common knowledge and path coefficients are not contradictory to the coefficients of the principal components.

1. はじめに

企業の経済的な動向を把握する目的で行われている調査に、日銀の企業短期経済観測調査がある。この調査は毎年2, 5, 8, 11月に行われているが、調査項目の中に企業の判断に関するものが含まれていることがひとつの特色となっている。のちほど述べるように、本研究では、これらの項目間の因果関係を分析対象としている。

企業短期経済観測調査の対象企業は、大きく主要企業と全国企業にわけられ、全国企業はさらに、大企業、中堅企業および中小企業に分類されている。1988年11月調査での調査企業数を表1に示した。

ここで、主要企業とは、当該業種の動向を反映すると思われる企業であり、原則として資本金10億円以上

表1 短期経済観測調査の対象企業数

| 分 類 | 調査回答企業社数 | 回答率 |
|---------|----------|--------|
| 主要企業 | 648 | 100.0% |
| 全国企業 | 7,152 | 94.7% |
| (うち大企業 | 1,252) | |
| (うち中堅企業 | 2,389) | |
| (うち中小企業 | 3,511) | |

の上場企業である。調査結果は表1の分類にしたがって集計されている。主要企業を対象に調査されている企業の判断に関する項目は、表2に示すように18項目(1988年11月調査)である。これらの判断項目に対する調査結果は次式で示される方法によって指標化され分析されている。

$DI = (\text{第1選択肢を選んだ企業の構成比})$

$-(\text{第3選択肢を選んだ企業の構成比}) \cdots (1)$

本研究でも(1)式で求められる指標(ディフュージョン・インデックス)の変動を分析対象としている。

調査結果の分析をみると、これらの項目の中でも特に、業況に関する回答は企業の総合的な判断として重視されているようである。しかし、表2に示した調査項目の中には企業の業況判断と関連がありそうなものや、業況判断に影響を及ぼしていそうな項目も含まれている。例えば、生産設備や資金繰りに対する判断が業況判断に影響を与えているのかもしれない。そこで、本研究では、企業の業況判断を中心にして、その他の判断がどのような経路で、またどの程度業況判断に影響を与えているかということについて、定量的に分析することを目的とした。このためには、

- ① 判断項目相互間の因果関係のモデルを作成する
- ② 因果モデルを使って因果関係の大きさを測定する

*管理工学科 講師
1989年6月12日受付

表2 企業の判断に関する調査項目と選択肢

| 項 | 目 | 選 | 択 | 肢 |
|------------------|---|------------|--------------|-------------|
| 業況 | | 1. 良い | 2. さほど良くない | 3. 悪い |
| 製品需給 | | 1. 需要超過 | 2. ほぼ均衡 | 3. 供給超過 |
| 海外における製品需給 | | 1. 需要超過 | 2. ほぼ均衡 | 3. 供給超過 |
| 製商品在庫水準 | | 1. 過大・やや多め | 2. 適正 | 3. やや少なめ・不足 |
| 製商品の流通在庫水準 | | 1. 過大・やや多め | 2. 適正 | 3. やや少なめ・不足 |
| 海外における製商品の流通在庫水準 | | 1. 過大・やや多め | 2. 適正 | 3. やや少なめ・不足 |
| 原材料在庫水準 | | 1. 過大・やや多め | 2. 適正 | 3. やや少なめ・不足 |
| 生産設備 | | 1. 過剰 | 2. 適正 | 3. 不足 |
| 雇用人員 | | 1. 過剰 | 2. 適正 | 3. 不足 |
| 資金繰り | | 1. 楽である | 2. さほど苦しくない | 3. 苦しい |
| 金融機関の貸出態度 | | 1. ゆるい | 2. さほどきびしくない | 3. きびしい |
| 手元現金水準 | | 1. 多め | 2. 適当 | 3. 少なめ |
| 借入金利水準 | | 1. 上昇 | 2. 変らない | 3. 低下 |
| 製商品価格 | | 1. 上昇 | 2. もちあい | 3. 下落 |
| 仕入価格 | | 1. 上昇 | 2. もちあい | 3. 下落 |
| 製商品の採算 | | 1. 好転 | 2. 変らない | 3. 悪化 |
| 回収条件 | | 1. 好転 | 2. 変らない | 3. 悪化 |
| 支払い条件 | | 1. 好転 | 2. 変らない | 3. 悪化 |

る
という作業が必要になる。

2. 因果推論とパス解析

因果の大きさを定量的に測定しうる方法として、パス解析がある。例えば、図1に示すような因果モデルがあったとしよう。

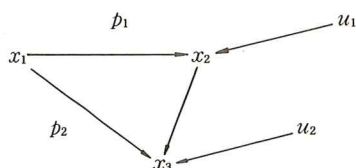


図1 因果モデルの例

これは、変数 x_1 は変数 x_2 と変数 x_3 に影響を及ぼし、さらに変数 x_2 も変数 x_3 に影響を及ぼすことを表している。ここで、各変数は（誤差項の u_1 と u_2 も含めて）平均が0、標準偏差が1となるように標準化されているものとする。このとき、図1の因果関係は次の2式によって表現することができる。これを構造式という。

$$x_2 = p_1 x_1 + q_1 u_1 \dots\dots\dots (2)$$

$$x_3 = p_2 x_1 + p_3 x_2 + q_2 u_2 \dots\dots\dots (3)$$

(2)式の両辺に x_1 をかけ、また、(3)式の両辺に x_1 と

x_2 をそれぞれかけて期待値をとると次の3式を得る。ただし、誤差項 u_1 は変数 x_1 と、また、誤差項 u_2 は変数 x_1 および変数 x_2 と無相関と仮定されている。

$$r_{x_1 x_2} = p_1 \dots\dots\dots (4)$$

$$r_{x_2 x_1} = p_2 + p_3 r_{x_2 x_1} \dots\dots\dots (5)$$

$$r_{x_3 x_2} = p_2 r_{x_1 x_2} + p_3 \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $r_{x_i x_j}$ は $x_i x_j$ の相関係数

これら3式を解くことによって、パス係数 p_1 , p_2 , p_3 の値が求められる。ところで、

$$r_{x_2 x_1} = p_2 + p_1 p_3 \dots\dots\dots (7)$$

となり、 x_1 と x_3 の相関係数が³、 x_1 から x_3 への直接効果 (p_2) と x_2 を経由しての間接効果 ($p_1 p_3$) とに分解されることを表している。このようにパス解析は因果の道筋にそって相関関係を分解できるという特徴を持っている。一方、パス解析の最大の難点は、いかにして因果モデルを構築するかにある。特に、扱う変数の数が多くなると、モデルを構築することがますます困難になってくる。次節で示すように、本研究では14変数を扱うが、なんの基準もなくモデルを組み始めるのは危険であろう。モデルを構築する方法として、相関係数の大小に注目する方法も提唱されているが¹⁾、本研究では主成分分析を利用することを検討した。

3. 主成分分析と多重共線性

主成分分析とは、多くの変数の持つ情報をできるだけ損わないようにしながら、総合的な指標（主成分）を求めようとするものである。本研究のように標準化された変数から出発する場合には、結局、相関行列の固有値と固有ベクトルを求める問題に帰着する。表2の調査項目のうち、海外における製品需給、海外における製商品の流通在庫水準、回収条件および支払条件を除いた14変数について主成分分析を行った。海外における製品需給と海外における製商品の流通在庫水準を除いたのは、分析対象期間を通しての調査結果が得られなかったためであり、回収条件と支払条件を除いたのは、変動が極めて小さいと考えられるためである。なお、分析対象は1981年2月から1988年11月までの主要企業に対する調査結果である。

表3 分析指標

| 変数番号 | 変 数 名 |
|------|--------------------|
| 1 | 製品需給 [需要超過—供給超過] |
| 2 | 製商品在庫水準 [過大—不足] |
| 3 | 製商品の流通在庫水準 [過大—不足] |
| 4 | 原材料在庫水準 [過大—不足] |
| 5 | 生産設備 [過剰—不足] |
| 6 | 雇用人員 [過剰—不足] |
| 7 | 資金繰り [楽—苦しい] |
| 8 | 金融機関の貸出態度 [緩い—厳しい] |
| 9 | 手元現預金水準 [多め—少なめ] |
| 10 | 借入金利水準 [上昇—低下] |
| 11 | 製商品価格 [上昇—下落] |
| 12 | 仕入価格 [上昇—下落] |
| 13 | 製商品の採算 [好転—悪化] |
| 14 | 業況 [良い—悪い] |

14変数を使って主成分分析を行ったのであるから、主成分も14個得られる。各主成分を固有値の大きい順にならべ、表4に示した。

ここで、固有値はそれぞれの主成分の分散を表している。また、表4中の累積寄与率は、固有値の累計の14変数の分散の合計（この場合は14）に対する割合として求められる。表4から、第3主成分までで累積寄与率は90%を越しており、第1主成分から第3主成分までで、もともとの14変数の変動は十分説明されることがわかる。

ところで、固有値の小さい、例えば第14主成分など

表4 指標D I（14指標）の主成分分析結果

| 主成分番号 | 固有値 | 累積寄与率 |
|-------|------|-------|
| 1 | 8.03 | 0.574 |
| 2 | 2.99 | 0.787 |
| 3 | 1.69 | 0.908 |
| 4 | 0.60 | 0.951 |
| 5 | 0.36 | 0.976 |
| 6 | 0.11 | 0.984 |
| 7 | 0.08 | 0.990 |
| 8 | 0.05 | 0.994 |
| 9 | 0.04 | 0.996 |
| 10 | 0.02 | 0.998 |
| 11 | 0.01 | 0.999 |
| 12 | 0.01 | 1.000 |
| 13 | 0.00 | 1.000 |
| 14 | 0.00 | 1.000 |

は、何を表しているのだろうか。固有値の値が0.00であるということは、第14主成分の分散が0.00であることを示している。このことは、第14主成分の係数を使って変数の1次結合を作れば、その値が0に十分近くなることを意味している。このことから、主成分分析を使って多重共線性をチェックすることが提唱されている²⁾。回帰分析において、多重共線性は回帰係数の信頼を損う危険な存在である。このため、主成分分析を行って、分散の小さな主成分の中でも係数の値が比較的大きなものだけを選び出し、多重共線性を見つけようとするものである。2変数間の関係なら、相関係数を検討することによって見つけ出せるだろう。しかし、主成分分析を利用することにより、3変数以上の多重共線性も検出できる可能性がある。本研究は回帰分析を行おうとするものではないが、式(2)や式(3)のように変数間の因果関係も、主成分分析を使って検出できる可能性があると考えた。主成分の分散が小さいものに注目し、その中のいくつかの変数を選んで一次式を作れば(ひとつの式か複数の式になるかは不明だが)、その値を0に近くする、いいかえれば、式(2)や式(3)を作り出すことができるであろう。そこで、本研究では、固有値の値の小さい主成分に注目して、因果モデルを構築することにした。

4. 第14主成分からの因果モデル

まず、固有値の大きさが最も小さい第14主成分から検討を始めることにする。第14主成分において、各変

数の係数の絶対値の大きいものを順に4変数を選び表5に示している。また、表5には係数の絶対値が大きい順に主成分の計算に取り込んでいったときの第14主成分の分散もあわせて示している。例えば、表5の2行目、製商品の採算(x_{13})の分散の欄に示されている0.127は、製商品の価格(x_{11})と製商品の採算(x_{13})の2変数のみで第14主成分を計算した時の、第14主成分の分散を表している。

表5 第14主成分において係数の絶対値が大きい変数

| 変 数 | 係 数 | 分 散 |
|-----------------------------|-------|-------|
| 製商品価格 [上昇-下落] (x_{11}) | 0.67 | 0.449 |
| 製商品の採算 [好転-悪化] (x_{13}) | -0.52 | 0.127 |
| 仕入価格 [上昇-下落] (x_{12}) | -0.33 | 0.053 |
| 製品需給 [需要超過-供給超過] (x_1) | 0.28 | 0.037 |

第14主成分の固有値は0.00であり、主成分の係数の大きい変数間になんらかの関係があることを示している。そこで、係数の絶対値の大きい順に主成分の計算に取り込んでいき、そうして求められた主成分値の分散を計算してみた。ある程度の変数まで取り込んでいけば、分散は固有値の値(つまり0.00)に近くなることが期待できる。

最も係数の絶対値が大きい製商品価格(x_{11})だけでは、分散は0.449とまだかなり大きい。製商品の採算(x_{13})、仕入価格(x_{12})と主成分の計算に取入れていくことによって、分散も0.127, 0.053と減少していった。ところで、もともとの変数はすべて標準化しているので分散は1である。そこで本論文では、分散がもともと変数の分散の1/10つまり0.1以下となり、分散が安定したと思われるところで変数の取り込みを中止することにした。第14主成分でいえば、仕入価格(x_{12})までを取り込み、検討の対象とすることとした。

次に3変数間の因果関係を検討してみることにする。因果関係を考える上で、最も重要な条件は、変数間の時間的關係であるといわれる³⁾。仕入価格(x_{12})の変動は、製商品価格(x_{11})の変動や製商品の採算(x_{13})の変化より時間的に先行すると考えられるし、また、製商品価格(x_{11})の変動も、製商品の採算(x_{13})に先行すると考えられるので、3変数間に次の因果関係を想定することは自然であろう。この因果モデルは、仕入価格(x_{12})は、製商品価格(x_{11})と製商品の採算(x_{13})に影響を与え、また、製商品価格(x_{11})の変動も製商品の採算(x_{13})に影響を与えることを示している。

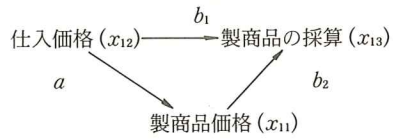


図2 仕入価格(x_{12})、製商品価格(x_{11})と製商品の採算(x_{13})の因果モデル

この因果モデルを定式化すると、

$$x_{11} = ax_{12} + q_1u_1 \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$x_{13} = b_1x_{12} + b_2x_{11} + q_2u_2 \quad \dots\dots\dots(9)$$

となる。(1)式の両辺に x_{11} をかけ、また、(2)式の両辺に x_{11} と x_{12} をそれぞれかけて期待値を求めると以下の式を得ることができる。

$$r_{x_{11}x_{12}} = a \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$r_{x_{13}x_{12}} = b_1 + b_2r_{x_{11}x_{12}} \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$r_{x_{13}x_{11}} = b_1r_{x_{12}x_{11}} + b_2 \quad \dots\dots\dots(12)$$

ところで、3変数間の相関係数は表6に与えられているから、これから(10), (11), (12)を解いて、

$$a = 0.923 \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$b_1 = -0.865 \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$b_2 = 1.647 \quad \dots\dots\dots(15)$$

を得る。

表6 第14主成分から得られた3変数間の相関係数

| | (x_{11}) | (x_{12}) | (x_{13}) |
|--------------------|--------------|--------------|--------------|
| 製商品価格(x_{11}) | 1.000 | 0.923 | 0.850 |
| 仕入価格(x_{12}) | | 1.000 | 0.655 |
| 製商品の採算(x_{13}) | | | 1.000 |

係数 a の値が0.923であるということは、仕入価格(x_{12})が上昇すればそれにつれて製商品価格(x_{11})も上昇することを表している。係数 b_1 の値が-0.865であり、係数 b_2 の値が1.647ということは、仕入価格(x_{12})の上昇は製商品の採算(x_{13})の悪化をもたらす(係数が負)、製商品価格(x_{11})の上昇は製商品の採算(x_{13})の好転をもたらす(係数が正)ことを表している。つまり、これら係数の正負は、一般的な知識と合致するものであり、第14主成分から導かれた因果モデルが現実の測定結果と適合していることを示している⁴⁾。

第14主成分から得られた因果モデルに、因果係数の大きさを書き込んだものが、図3である。

仕入価格(x_{12})の上昇は、直接に製商品の採算(x_{13})の悪化をもたらす。その大きさは、-0.865である。しかし一方では、仕入価格(x_{12})の上昇は、製商品価格

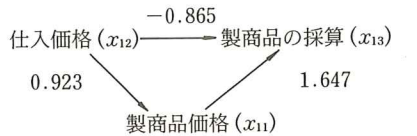


図3 第14主成分から得られた因果モデル

(x_{11}) の上昇を通じて、製商品の採算 (x_{13}) を好転させる間接的な効果を持っている。この間接効果の大きさは、 $0.923 \times 1.647 = 1.520$ である。これは、直接効果の -0.865 よりも大きい。このことは、仕入価格 (x_{12}) の上昇は、製商品価格 (x_{11}) の上昇を通じて、むしろ製商品の採算 (x_{13}) を好転させることを意味している。

もう一度、(1), (2) 式の検討を行う。この二つの式から、製商品価格 (x_{11}) と仕入価格 (x_{12}) の係数を求めるのに、両式を単純に回帰式と考え最小二乗法を適用してみる。(1) 式は、誤差項を除くと説明変数が 1 個なので、係数 a の値は最小二乗法を用いても相関係数に等しくなる。したがって、 $a = 0.923$ である。また、(2) 式からは、次の回帰式が得られる。

$$x_{13} = -0.862x_{12} + 1.646x_{11} \quad \text{.....(16)}$$

ここで得られた係数と、相関係数をもとに求めた係数とは非常に近い値になっている。このことは、パス係数を求めるのに回帰分析が利用できることを示唆するものである⁹⁾。

5. 第13成分からの因果モデル

次に第13主成分から因果モデルを構築することを検討

表7 第13主成分において係数の絶対値が大きい変数

| 変数 | 係数 | 分散 |
|------------------------------|-------|-------|
| 製品需給 [需要超過-供給超過] (x_1) | 0.78 | 0.609 |
| 製商品の流通在庫水準 [過大-不足] (x_3) | 0.46 | 0.132 |
| 製商品の価格 [上昇-下落] (x_{11}) | -0.28 | 0.109 |
| 生産設備 [過剰-不足] (x_5) | 0.19 | 0.038 |
| 資金繰り [楽-苦しい] (x_7) | -0.16 | 0.044 |

第8表 第13主成分から得られた4変数間の相関係数

| | (x_1) | (x_3) | (x_{11}) | (x_5) |
|-------------------|---------|---------|------------|---------|
| 製品需給 (x_1) | 1.000 | | -0.960 | 0.360 |
| 製商品の流通在庫 (x_3) | | 1.000 | | -0.935 |
| 製商品の価格 (x_{11}) | | | 1.000 | 0.853 |
| 生産設備 (x_5) | | | | -0.200 |
| | | | | 1.000 |

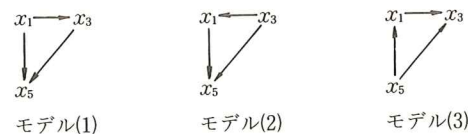
討してみる。第14主成分の場合と同様に、第13主成分の中で係数の絶対値が大きい順に主成分に取り込んでいき分散の計算を行った。結果を表7に示した。

第13主成分の計算において、生産設備 (x_5) まで取り込めば、分散も0.1以下まで減少し安定すると考えられる。そこで、生産設備 (x_5) までの4変数について因果モデルを検討してみることにする。4変数間の相関係数は、表8のようになっている。

この4変数の中で、製品需要 (x_1)、製商品の流通在庫水準 (x_3) と生産設備 (x_5) の3変数間の相関係数を調べてみると、近似的に次式がなり立つことがわかる。

$$r_{x_3x_5} = r_{x_1x_3} \cdot r_{x_1x_5} \quad \text{.....(17)}$$

このことは、3変数間の因果関係が図4に示すいずれかであることを表している。

図4 製品需給 (x_1)、製商品の流通在庫水準 (x_3) と生産設備 (x_5) の因果モデル

ここで、製品需要 (x_1) は製商品の流通在庫水準 (x_3) より時間的に先行すると考えられるので、まずモデル(2)は捨てられる。また、製品需要 (x_1) と生産設備 (x_5) の時間的な関係については両方向がともに考えられるが、本研究の対象企業が我が国の主要大企業であることを考慮して、生産設備 (x_5) から製品需要 (x_1) に因果パスを設定することにした。したがってこれら3変数間の因果モデルとしてモデル(3)を想定することにする。

次に、3変数の因果モデルに製商品価格 (x_{11}) を組み込まなければいけない。第14主成分からの因果モデルですでに検討したように、製商品価格 (x_{11}) は仕入価格 (x_{12}) と結びつけられている。製商品価格 (x_{11}) に対して製品需要 (x_1)、製商品の流通在庫水準 (x_3) ともに影響を与えるものと考えられるが、表8に示したように相関係数の値は小さい。無理に因果関係を設定しなくてもよいかもしれないが、3変数の中では相関係

数の値が最も大きい製品需要 (x_1) との間に因果パスを設定することにする。この結果、第13主成分からの因果モデルは図5のようになる。また、図5に対応する構造式は、次のようになる。

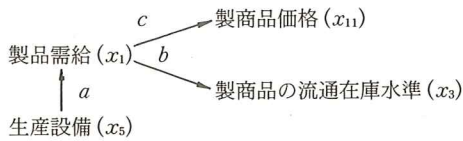


図5 第13主成分からの因果モデル

$$x_1 = ax_5 + q_1 u_1 \dots\dots\dots (18)$$

$$x_3 = bx_1 + q_2 u_2 \dots\dots\dots (19)$$

$$x_{11} = cx_1 + q_3 u_3 \dots\dots\dots (20)$$

図5から明らかなように、この因果モデルの中には、可能なすべての因果パスが設定されているわけではない。したがって、得られる関係式の数より、未知数の数が少ないという現象が起きる。この対策はいろいろと検討されているが、本論文では、存在しないパスに対応する方程式を脱落させるという方法でパス係数を求めることにする⁶⁾。前と同様に各式の両辺に適当な変数をかけて期待値をとれば以下の式を得る。

$$r_{x_1 x_5} = a \dots\dots\dots (21)$$

$$r_{x_3 x_1} = b \dots\dots\dots (22)$$

$$r_{x_{11} x_1} = c \dots\dots\dots (23)$$

これらの式と相関係数から、パス係数は次の様に求まる。

$$a = -0.935 \dots\dots\dots (24)$$

$$b = -0.960 \dots\dots\dots (25)$$

$$c = 0.360 \dots\dots\dots (26)$$

図6は、求められたパス係数を因果モデルの上に書き込んだものであるが、パス係数の正負は一般の知識を合致するものと考えられる。

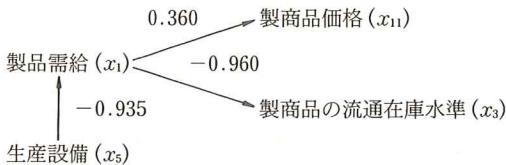


図6 第13主成分からの因果モデルとパス係数

6. 第11主成分からの因果モデル

第12主成分について調べる前に第11主成分について因果関係の検討を行う。第11主成分の検討を先に行うのは、第11主成分から作られる因果モデルに含まれる変数の数が、第12主成分からのそれよりも少ないからである。前と同様に第11主成分に含まれる係数の大き

表9 第11主成分において係数の絶対値が大きい変数

| 変 数 | 係 数 | 分 散 |
|------------------------------|-------|-------|
| 資金繰り [楽-苦しい] (x_7) | 0.60 | 0.360 |
| 製商品在庫水準 [過大-不足] (x_2) | 0.42 | 0.049 |
| 生産設備 [過剰-不足] (x_5) | 0.35 | 0.091 |
| 製商品の流通在庫水準 [過大-不足] (x_3) | -0.30 | 0.093 |
| 原材料在庫水準 [過大-不足] (x_4) | 0.29 | 0.041 |
| 雇用人員 [過剰-不足] (x_6) | -0.24 | 0.033 |

い順に変数を並べたものが表9である。

順番にとりこまれていった変数と、その時の分散の動きをみると次のことが考えられる。

(イ) 資金繰り (x_7) だけで第11主成分を計算した場合には分散は0.360であり、比較的大きな値を示しているが、製商品在庫水準 (x_2) もあわせて計算すると分散は0.049へと大きく減少する。このことから、資金繰り (x_7) と製商品在庫水準 (x_2) とは関連が深いものと考えられる。実際、両者の間の相関係数は-0.968でありかなり高い。

(ロ) これら二つの変数に加えて、生産設備 (x_5) や製商品の流通在庫水準 (x_3) まで計算に含めると逆に分散は大きくなってしまふ。しかし、原材料在庫水準 (x_4) まで含めると分散は0.041となり、以後安定的に減少していく。このことからこれら3変数も含めて関連性を検討する必要があると考えられる。

第11主成分からの因果モデルを検討する際には、原材料在庫水準 (x_4) までを考慮に入れることにするが、うち生産設備 (x_5) と製商品の流通在庫水準 (x_3) は、第13主成分において検討した変数である。第13主成分での検討結果、および上記(イ)(ロ)を考慮して、因果モデルを想定する。第13主成分の検討から、生産設備 (x_5) と製商品の流通在庫水準 (x_3) の間には、図7に示す因果関係を設定した。また、製商品在庫水準 (x_2) と資金繰り (x_7) の関係は強いと思われるので(イ)、両者の間に因果パスを設定した。また、製商品の流通在庫水準 (x_3) と原材料在庫水準 (x_4) も資金繰り (x_7) に影響を及ぼすと考えられ、また、時間的にも先行すると思われるので、図7に示すように因果パスを設定した。

図7に示す因果モデルの妥当性について、若干の検討を行ってみる。図のモデルでは、生産設備 (x_5) と製商品在庫水準 (x_2) の間に因果パスを設定しているが、このパスが必要かどうか格詰してみる。現在のモデルは、図8に示すモデル(4)である。これに対して、生産

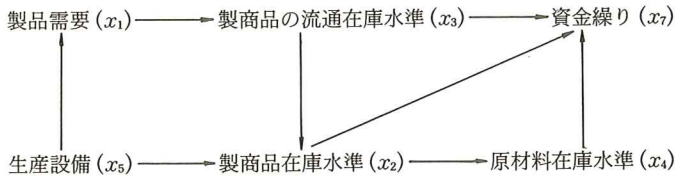
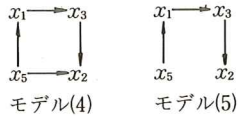


図7 第11主成分からの因果モデル

図8 生産設備 (x_5) と製商品在庫水準 (x_2) に関する二つのモデル

設備 (x_5) と製商品在庫水準 (x_2) の間に直接のパスを設定しないモデル(5)も想定される。

もしも、モデル(4)が成り立つならば式(27)が成立するはずであるし⁷⁾、また、モデル(5)が成り立つならば式(28)が成立するはずである⁸⁾。

$$r_{x_2x_1} = \frac{r_{x_2x_3} - r_{x_2x_5} \cdot r_{x_3x_5} r_{x_1x_3}}{1 - r_{x_3x_5}^2} + \frac{r_{x_2x_5} - r_{x_2x_3} \cdot r_{x_3x_5} r_{x_1x_5}}{1 - r_{x_3x_5}^2} \dots \dots \dots (27)$$

$$r_{x_5x_2} = r_{x_5x_1} r_{x_1x_3} r_{x_3x_2} \dots \dots \dots (28)$$

ここで、各変数間の相関係数は、表10に示されるとおりである。

したがって、

$$(27)\text{式の左辺} = -0.865 \quad (27)\text{式の右辺} = -0.861$$

$$(28)\text{式の左辺} = 0.693, \quad (28)\text{式の右辺} = 0.850$$

となり、モデル(4)は現実のデータと適合するが、モデル(5)は適合しないことがわかる。次に、製商品の流通在庫水準 (x_3)、と製商品在庫水準 (x_2)、原材料在庫水準 (x_4) と資金繰り (x_7) の間の因果関係について検討してみる。もし、図7に想定したような因果関係が成り立つならば、

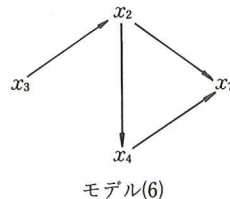
$$r_{x_3x_4} = r_{x_3x_2} \cdot r_{x_2x_4} \dots \dots \dots (29)$$

という関係が成立する。表10の相関係数を使って計算してみると、

$$(29)\text{式の左辺} = 0.850$$

$$(29)\text{式の右辺} = 0.857$$

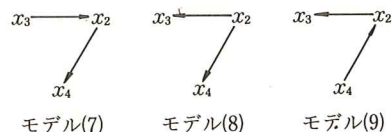
となり、図7で想定したモデルはデータと適合していると思われる。これに対して、4変数間に図9で示されるような因果関係を想定することもできるであろう。

図9 資金繰り (x_7) と製商品在庫水準 (x_2) に関する別のモデル

モデル(6)は製商品の流通在庫水準 (x_3) から資金繰り (x_7) への直接の因果パスを削除したものである。つまり、企業内の製商品在庫や原材料在庫は資金繰りに直接影響を及ぼすが、流通段階での在庫水準は間接的にしか影響を及ぼさないと仮定したモデルである。このモデル(6)の妥当性について検討してみる。まず、製商品の流通在庫水準 (x_3)、製商品在庫水準 (x_2) と原材料在庫水準 (x_4) の関係に注目する。表10の相関係数から、次式が成り立つことがわかる。

$$r_{x_3x_4} = r_{x_3x_2} \cdot r_{x_2x_4} \dots \dots \dots (30)$$

これは、3変数間に次のいずれかの因果関係が成立することを示している。

図10 製商品在庫水準 (x_2) に関する別のモデル

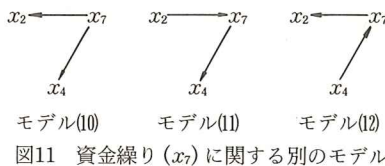
第10 第11主成分からの因果モデルに含まれる変数間の相関係数

| | (x_7) | (x_2) | (x_5) | (x_3) | (x_4) | (x_1) |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 資金繰り (x_7) | 1.000 | -0.968 | -0.677 | -0.917 | -0.928 | 0.827 |
| 製商品在庫水準 (x_2) | | 1.000 | 0.693 | 0.948 | 0.905 | -0.865 |
| 生産設備 (x_5) | | | 1.000 | 0.853 | 0.561 | -0.935 |
| 製商品の流通在庫水準 (x_3) | | | | 1.000 | 0.850 | -0.960 |
| 原材料在庫水準 (x_4) | | | | | 1.000 | -0.706 |
| 製品需給 (x_1) | | | | | | 1.000 |

時間的な順序を考えると、モデル(7)が最も妥当と思われる。一方、製商品在庫水準(x_2)、原材料在庫水準(x_4)と資金繰り(x_7)の間の相関係数から、次式が成り立つことがわかる。

$$r_{x_2x_4} = r_{x_2x_7} \cdot r_{x_4x_7} \dots\dots\dots(30)$$

これもやはり次のいずれかの因果関係が成り立つことを示しているが、いずれも資金繰り(x_7)が在庫水準に先行するモデルであり、一般的な常識と合致しない。また、いずれのモデルもモデル(6)の関係を内部に含んでいない。これらはすべて製商品の流通在庫水準(x_3)と資金繰り(x_7)の間の因果パスを削除したために起きたことである。これらの検討の結果、第11主成分からの因果モデルとして、図7で表される関係を採用した。



7. 第12主成分と第10主成分からの因果モデル

第12主成分の計算式の中で、係数の絶対値が大きい順に変数を並べたものが、表11である。

分散の動きをみてみると、製商品の流通在庫水準(x_3)と資金繰り(x_7)の2変数を取り込んだところで一度分散は小さくなるが、その後増加し、手元現預金水準(x_9)まで取り込んでようやく安定することがわかる。したがって、手元現預金水準(x_9)までを考慮して因果モデルを作成することにするか³、ここではじめ

表11 第12主成分において係数の絶対値が大きい変数

| 変 数 | 係 数 | 分 散 |
|------------------------------|-------|-------|
| 製商品の流通在庫水準 [過大—不足] (x_3) | -0.55 | 0.302 |
| 資金繰り [楽—苦しい] (x_7) | -0.52 | 0.048 |
| 生産設備 [過剰—不足] (x_5) | 0.33 | 0.080 |
| 製商品在庫水準 [過大—不足] (x_2) | 0.28 | 0.277 |
| 製商品の採算 [好転—悪化] (x_{13}) | -0.26 | 0.484 |
| 業況 [良い—悪い] (x_{14}) | 0.22 | 0.279 |
| 金融機関の貸出態度 [緩い—厳しい] (x_8) | 0.20 | 0.159 |
| 仕入価格 [上昇—下落] (x_{12}) | 0.16 | 0.132 |
| 手元現預金水準 [多め—少なめ] (x_9) | 0.15 | 0.054 |

て現れた変数は、次の3変数のみである。

業況(x_{14})

金融機関の貸出態度(x_8)

手元現預金水準(x_9)

このうち、業況(x_{14})は総合的な判断指標であるので、表11の中の、資金繰り(x_7)、生産設備(x_5)、製商品在庫水準(x_2)および製商品の採算(x_{13})との間に因果パスを設定することにした。

金融機関の貸出態度(x_8)と手元現預金水準(x_9)はともに資金繰り(x_7)との関連が考えられる。また、金融機関の貸出態度(x_8)は、資金繰り(x_7)や手元現預金水準(x_9)に先行し、資金繰り(x_7)は手元現預金水準(x_9)に先行すると考えられるので、これら3変数間に図12で表現される因果関係を想定する。

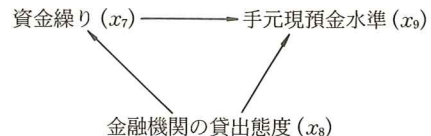


図12 金融機関(x_8)、資金繰り(x_7)と手元現預金水準(x_9)に関する因果モデル

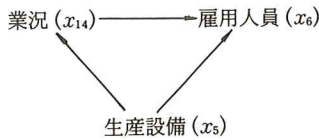
つづいて、第10主成分の検討を行う。前と同様に係数の絶対値が大きい順に変数を並べたものが表12である。

ここで、新しい変数は、雇用人員(x_6)のみである。雇用人員(x_6)は、業況(x_{14})、資金繰り(x_7)や生産設備(x_5)の影響を受けられるが、資金繰り(x_7)との間の相関係数は、極めて小さい(-0.167)。したがって、業況(x_{14})と生産設備(x_5)の間に図13で示すような因果モデルを設定する。

以上の検討の結果、最終的な因果モデルは図14の様

表12 第10主成分において係数の絶対値が大きい変数

| 変 数 | 係 数 | 分 散 |
|------------------------------|-------|-------|
| 業況 [良い—悪い] (x_{14}) | -0.59 | 0.348 |
| 製商品在庫水準 [過大—不足] (x_2) | -0.44 | 0.159 |
| 原材料在庫水準 [過大—不足] (x_4) | 0.41 | 0.258 |
| 金融機関の貸出態度 [緩い—厳しい] (x_8) | 0.28 | 0.234 |
| 資金繰り [楽—苦しい] (x_7) | -0.24 | 0.365 |
| 製商品の流通在庫水準 [過大—不足] (x_3) | -0.20 | 0.204 |
| 雇用人員 [過剰—不足] (x_6) | -0.19 | 0.091 |
| 生産設備 [過剰—不足] (x_5) | -0.18 | 0.028 |

図13 雇用人員 (x_6) に関する手元現預金水準 (x_9)

になる。

また、図14に対応する構造式をまとめれば次のようになる。

$$x_1 = p_1 x_5 + q_1 u_1 \dots\dots\dots (31)$$

$$x_{11} = p_2 x_1 + p_3 x_{12} + q_2 u_2 \dots\dots\dots (32)$$

$$x_{13} = p_4 x_{12} + p_5 x_{11} + q_3 u_3 \dots\dots\dots (33)$$

$$x_3 = p_6 x_1 + q_4 u_4 \dots\dots\dots (34)$$

$$x_2 = p_7 x_5 + p_8 x_3 + q_5 u_5 \dots\dots\dots (35)$$

$$x_4 = p_9 x_2 + q_6 u_6 \dots\dots\dots (36)$$

$$x_7 = p_{10} x_2 + p_{11} x_3 + p_{12} x_4 + p_{13} x_8 + q_7 u_7 \dots\dots\dots (37)$$

$$x_9 = p_{14} x_8 + p_{15} x_7 + q_8 u_8 \dots\dots\dots (38)$$

$$x_{14} = p_{16} x_{13} + p_{17} x_5 + p_{18} x_2 + p_{19} x_7 + q_9 u_9 \dots\dots\dots (39)$$

$$x_6 = p_{20} x_{14} + p_{21} x_5 + q_{10} u_{10} \dots\dots\dots (40)$$

上の各式に含まれるパス係数は、これまでと同様に、各式の両辺に適当な変数を乗じ、期待値を計算することによって求めた。図14にはそうして求められたパス係数の値もあわせて表示している。

8. 主成分の係数とパス係数の検討

固有値の小さい主成分に注目して、その中に含まれているであろうと思われる変数間の一次結合を抽出す

る形で因果モデルを構築してきた。その結果が図14である。また、パス係数もすべて求められた。最後にこうやって求められたパス係数と、もともとの出発点であった主成分の係数との関係を検討してみよう。主成分の係数それ自体は、パス係数の計算には使っていない。主成分の係数とパス係数の間に矛盾がなければ、それは図14の因果モデルの妥当性を示すことになるであろう。検討は、取り込まれたすべての変数を使って因果モデルを想定した第14主成分、第13主成分および第11主成分について行う。

第13主成分の検討で因果パスが追加されたが、第14主成分から得られる構造式は、(32)、(33)式である。パス係数の値を代入すると、

$$x_{11} = 0.189x_1 + 0.887x_{12} \dots\dots\dots (41)$$

$$x_{13} = -0.875x_{12} + 1.658x_{11} \dots\dots\dots (42)$$

となる。ここで、(41)式に a をかけ、(42)式に b をかけ、両式を合計し各変数の係数をまとめ、さらに第14主成分の係数と対応させると次の3式が得られる。

$$x_{11} \text{ の係数から } a - 1.658b = 0.67 \dots\dots\dots (43)$$

$$x_{12} \text{ の係数から } 0.875b - 0.887a = -0.33 \dots\dots\dots (44)$$

$$x_{13} \text{ の係数から } b = -0.52 \dots\dots\dots (45)$$

(45)式を(43)に代入して、 $a = -0.192$ を得る。これと(44)式を(44)式の左辺に代入し計算すると、(44)式の左辺の値は -0.28 となる。右辺の値が -0.33 であるから、近似的に(44)式は成り立つものと思われる。このことより、第14主成分の係数とパス係数との間に矛盾は認められないことがわかる。

同様に、第13主成分の係数について検討する。

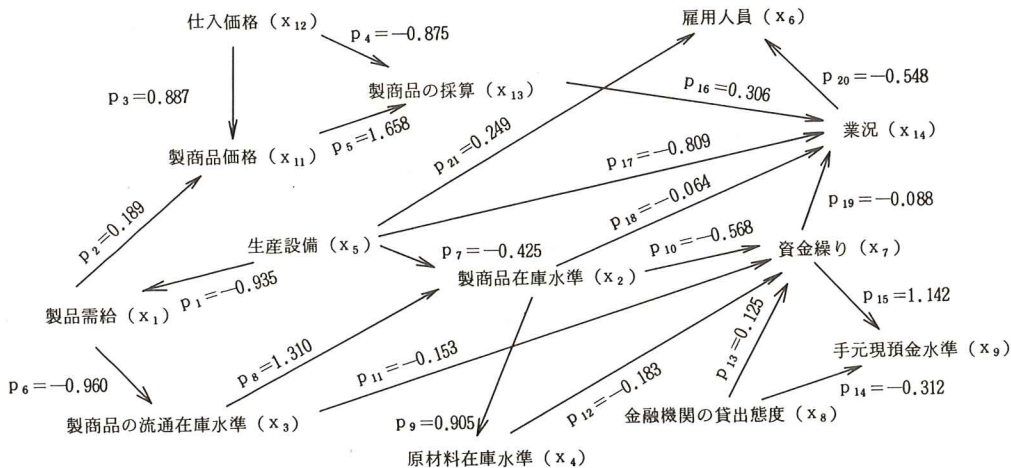


図14 全体の因果モデル

第13主成分に関係のある構造式は、(31)、(32)と(34)式である。パス係数の値を代入して、次の3式を得る。

$$x_1 = -0.935x_5 \quad \dots\dots\dots(46)$$

$$x_{11} = 0.189x_1 + 0.887x_{12} \quad \dots\dots\dots(47)$$

$$x_3 = -0.960x_1 \quad \dots\dots\dots(48)$$

前と同様に、(46)式に a を、(47)式に b を、そして(48)式に c をかけて、第13主成分の係数と対応させる。

$$x_1 \text{ の係数から } a - 0.189b + 0.960c = 0.78 \quad \dots\dots\dots(49)$$

$$x_3 \text{ の係数から } c = 0.46 \quad \dots\dots\dots(50)$$

$$x_5 \text{ の係数から } 0.935a = 0.19 \quad \dots\dots\dots(51)$$

$$x_{11} \text{ の係数から } b = -0.28 \quad \dots\dots\dots(52)$$

(51)式より、 $a = 0.203$ 。したがって(49)式の左辺は0.697となる。これも右辺の値と近いと考えていいだろう。

最後に第11主成分について検討を行う。第13主成分に関係のある構造成は、(31)、(34)、(35)、(36)および(37)式である。パス係数を代入すると、

$$x_1 = -0.935x_5 \quad \dots\dots\dots(53)$$

$$x_3 = -0.960x_1 \quad \dots\dots\dots(54)$$

$$x_2 = -0.425x_5 + 1.310x_3 \quad \dots\dots\dots(55)$$

$$x_4 = 0.905x_2 \quad \dots\dots\dots(56)$$

$$x_7 = -0.568x_2 - 0.153x_3 - 0.183x_4 + 0.125x_8 \quad \dots\dots\dots(57)$$

が得られる。(53)式に a (54)式に b 、(55)式に c 、(56)式に d 、(57)式に e をかけて、第11主成分の係数と対応させると、

$$x_1 \text{ の係数から } a + 0.960b = 0.19 \quad \dots\dots\dots(58)$$

$$x_2 \text{ の係数から } c - 0.905d + 0.568e = 0.42 \quad \dots\dots\dots(59)$$

$$x_3 \text{ の係数から } b - 1.310c + 0.153e = -0.30 \quad \dots\dots\dots(60)$$

$$x_4 \text{ の係数から } d + 0.183e = 0.29 \quad \dots\dots\dots(61)$$

$$x_5 \text{ の係数から } 0.935a + 0.425c = 0.35 \quad \dots\dots\dots(62)$$

$$x_7 \text{ の係数から } e = 0.60 \quad \dots\dots\dots(63)$$

の6式が得られる。(63)式を(61)式に代入して、 $d = 0.180$ 。(59)式から $c = 0.242$ 。さらに、(62)式から $a = 0.264$ 。また、(58)式から $b = -0.0077$ が求められる。これらの値を(60)式の左辺に代入すると、左辺の値は -0.302 となり右辺の値と極めて近い。よって、パス係数の値は、第11主成分の係数とも合致していることが確かめられた。

9. ま と め

業況 (x_{14}) 判断に影響を与える変数として、本研究では次の4変数、製商品の採算 (x_{13})、生産設備 (x_5)、製商品在庫水準 (x_2) および資金繰り (x_7) を考えた。パス係数の大きさを検討すると、これらの変数のうち最

も業況 (x_{14}) に影響を与えていると思われるのは生産設備 (x_5) であり、ついで製商品の採算 (x_{13}) である。一方、製商品在庫水準 (x_2) や資金繰り (x_7) はそれほど影響を与えていないと思われる。このため、製商品在庫水準 (x_2) や資金繰り (x_7) を経由しての、生産設備 (x_5) の間接効果も小さくなっている。

雇用人員 (x_6) への因果パスは2本設定したが、生産設備 (x_5)、業況 (x_{14}) とともに影響しているように思われる。生産設備 (x_5) は業況 (x_{14}) にも影響を及ぼしている。業況 (x_{14}) を経由しての間接効果を計算すると0.443となる。このことより、生産設備 (x_5) が雇用人員 (x_6) にあたえる因果の大きさは、直接の効果より、業況 (x_{14}) を経由しての間接効果が大きいことがわかる。ところで、生産設備 (x_5) と雇用人員 (x_6) の相関係数は0.760である。このうち、直接効果が0.249であり、間接効果が0.443である。残りの部分が因果モデルでは説明できない残差である。

次に資金繰りについてみてみよう。資金繰り (x_7) への因果パスは4本設定した。パス係数の大きさを比較してみると、製商品在庫水準 (x_2) からの因果パスの係数が最も大きいことがわかる。しかし、製商品在庫水準 (x_2) はまた、生産設備 (x_5) や製商品の流通在庫水準 (x_3) の影響を受けている。さらに、製商品の流通在庫水準 (x_3) もまた製品需要 (x_1) を経由して、生産設備 (x_5) の影響を受けている。そこでまず、生産設備 (x_5) と製商品在庫水準 (x_2) の間の関係を調べてみよう。生産設備 (x_5) から製商品在庫水準 (x_2) への因果パスの係数は -0.425 である。これは矛盾しているように思われる。なぜなら、係数が負であるということは、生産設備 (x_5) の増加は、製商品在庫水準 (x_2) の減少を意味しているからである。しかし、生産設備 (x_5) は、製品需要 (x_1) と製商品の流通在庫水準 (x_3) を経由して、間接的に製商品在庫水準 (x_2) に影響を及ぼしている。この間接効果の大きさは1.176である。生産設備 (x_5) の増加は、市場を通じて製商品在庫水準 (x_2) を上昇させる。生産設備 (x_5) からの直接効果はこれを相殺するものである。このことから、生産設備 (x_5) から製商品在庫水準 (x_2) への直接効果の大きさは、企業内部の努力の大きさと解釈されるだろう。

このように直接・間接に生産設備 (x_5) の影響を受けている製商品在庫水準 (x_2) が資金繰り (x_7) に最も影響を与えている。また、製商品在庫水準 (x_2) は原材料在庫水準 (x_4) を通じて間接的に資金繰り (x_7) に影響を与えているが、その大きさは -0.166 であることもわ

かる。

以上、本研究では、主成分分析を使って因果モデルを構築してきた。この方法の利点は、変数の中の一部に注目してモデル構築ができるということである。扱う変数の数が多くなればなるほど、変数間の組み合わせは急激に増加するので、この方法は多変数の因果モデルを扱う時は有効だと考えられる。しかし、どの範囲まで考慮に入れるのか（本研究では、分散が元の変数の1/10以下になるまで取り込んでいる）、また、しぼり込まれた変数の中にどのようにして因果モデルを作っていくか（一部ブレイラックの因果推論を利用した）、そして、得られたモデルの妥当性の評価はどのように行うか（得られたパス係数と主成分の係数との適合性を検討した）などの点について、さらに検討する必要があると思われる。

- 1) TAKAGI [1980] 単相関が高いものから順に因果パスを設定するという方法が提唱されている。
- 2) 佐和他訳 [1983] p177-180.
- 3) 前田他[1984] 疫学の分野で、因果関係が存在するための条件について検討している。その中で時間的な関係が欠かせない条件であるとしている。
- 4) 安田他[1977] p244-245. パス解析を使ってモデルの妥当性を検討している。その方法は、得られたパス係数の符号と、一般的な常識との突き合わせである。
- 5) 柳井他編[1986] p249. 本研究での最終的な因果モデル図14に示されている。これから得られる構造式を回帰式と考え、回帰分析によって係数を求めてみても、結果に大きな違いはみられなかった。
- 6) 安田他 [1977] p244.
- 7) 安田他[1977] p229-230. ブレイラックの因果推論の考え方を利用する。逐次連立回帰方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} x_5 &= e & \text{①} \\ x_1 &= ax_5 + e & \text{②} \\ x_3 &= bx_1 + e & \text{③} \\ x_2 &= cx_3 + dx_5 + e & \text{④} \end{aligned}$$

ここで、④式に x_5 , x_1 , x_3 をかけ、期待値をとると、

$$r_{25} = cr_{35} + d \quad \text{⑤}$$

$$r_{21} = cr_{13} + dr_{51} \quad \text{⑥}$$

$$r_{23} = c + dr_{35} \quad \text{⑦}$$

⑤、⑦から c , d を求め、⑥に代入することによって⑦式は求められる。

8) 安田他 [1977] p230.

参考文献

- 青井和夫監修、直井優編「社会調査の基礎」サイエンス社 1983年
- 小林龍一「相関・回帰分析法入門」日科技連 1984年
- 佐和隆光、加納悟訳「回帰分析の実際」新曜社 1983年（原著は、Chatterjee, S., Price, b. "Regression Analysis by Example" Willy 1977)
- Takagi, Hirofumi, "AN ALGORITHM FOR CAUSAL MODELING IN EPIDEMIOLOGICAL STUDIES" Behaviormetrika 1980 No. 8, p41-55
- 田中豊、脇本和昌「多変量統計解析法」現代数学社 1985年
- 西田晴彦、新睦人「社会調査の理論と技法(II)」川島書店 1976年
- 日本銀行調査統計局「企業短期経済観測調査」1981年2月～1988年11月
- 二宮哲雄、光川晴之、越智昇「社会学への招待」誠信書房 1968年
- 広瀬弘忠訳「因果分析法」朝倉書店 1983年（原著は、Asher, Herbert B., "CAUSAL MODELING" SAGE 1976)
- 前田和甫、横山泰彦、縣敏彦「疾病の原因を探る手順、疫学における最近の考え方」公衆衛生 Vol. 48 No. 10 p751-755
- 安田三郎、海野道郎「社会統計学」丸善 1977年
- 柳井晴夫、高木廣文編著「多変量解析ハンドブック」現代数学社 1986年