

【工学】

研究論文

異種材料の積層構造への SEA 適用に関する研究

黒田 勝彦*¹, 村山 誠英*²

Study on Application of SEA to Laminated Structures of Different Materials

KURODA Katsuhiko, MURAYAMA Tomohide

Summary

This paper describes a method of construction of analytical SEA model for a laminated structure of different materials similar to the structure of tire tread. First, the transmittance was derived using the semi-infinite theory of bending waves in the longitudinal direction, and the coupling loss factors were obtained from area junction and structural volume. After that, the subsystem vibration energy normalized by the input power under arbitrary input was obtained, and compared with the experimental results by SEA using FEM constructed. As a result, the method is shown to work qualitatively well to the subsystem vibration energy normalized by the input power.

Keywords : (Statistical Energy Analysis, FEM, Vibration of Continuous System, Forced Vibration)

1. はじめに

現在自動車産業において、燃費規制が厳しくなり燃費向上のため車体の軽量化が要求され、高剛性の薄い鋼板が部分的に使用されることで複雑な構造形態となり、高周波数までの振動騒音解析が求められている。また、駆動にモータを用いる EV、HV や PHV の車では内燃機関の車に対して常時比較的静かであることが要求され、特に最近では、タイヤが主因となる車内騒音や車外騒音の問題が大きくなってきている。また近年、設計の上流段階において各構造物が発生する騒音の高精度の予測が求められている。自動車用タイヤは、モード密度が高く、実験による高周波数域への加振入力は困難であり、更に高周波数域ではローカルモードが主となりモードの特定が困難な領域になっており、主に 500 Hz 程度までの周波数応答解析が行われている⁽¹⁾。一方、統計的エネルギー解析法 (Statistical Energy Analysis; 以下 SEA)⁽²⁾は、多モ

ード系に対する振動音響解析手法であり、構造要素間のエネルギー流れに着目し、半無限理論をベースとした解析 SEA や加振実験ベースの実験 SEA がある。これまでに、SEA のタイヤ構造への適用については、トレッドとサイドウォール間においてタイヤを板の単層構造としてモデリングした解析 SEA と実験 SEA による比較が行われている⁽³⁾。更に、著者によってタイヤの断面形状の変化によるエネルギー透過率を下げるものが試みられ、振動伝達の低減が FEM を用いて検討された⁽⁴⁾。

以上の背景の下、本報では設計の上流段階における高周波数までの材料違いによる積層された構造物の定性的な振動応答予測を行うための一助として、タイヤトレッドの構造に近い異種材料の積層構造への解析 SEA モデルの構築法を検討する。解析 SEA では、積層構造物へ曲げ波の半無限理論を展開し、エネルギー透過率を導出する。更に要素間をエリア結合し構造体積を用いて結合損失率

*¹ 工学部 工学科 機械工学コース 教授

*² 住友ゴム工業株式会社 タイヤ技術本部

2023 年 3 月 27 日受付

2023 年 6 月 1 日受理

を求め、任意の入力における入力パワーで正規化した要素の振動エネルギーを求め、FEM による加振実験結果と比較し、提案する解析 SEA モデルの有効性を検討する。

2. SEA 基礎理論

2.1 SEA 基礎式 SEA は、対象系 (system) を要素 (subsystem) の集合体とみなし、要素間のパワー平衡に着目する。r 要素からなる系の SEA 基礎式は、次式で表される⁽²⁾。

$$\mathbf{P} = \omega \mathbf{L} \mathbf{E} \quad (1)$$

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} \eta_{1,1} + \sum_{i \neq 1}^r \eta_{1,i} & -\eta_{2,1} & \cdots & -\eta_{r,1} \\ -\eta_{1,2} & \eta_{2,2} + \sum_{i \neq 2}^r \eta_{2,i} & \cdots & -\eta_{r,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\eta_{1,r} & -\eta_{2,r} & \cdots & \eta_{r,r} + \sum_{i \neq r}^r \eta_{r,i} \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで、 ω は中心角振動数、 \mathbf{E} は要素エネルギーベクトル、 \mathbf{P} は入力パワーベクトルである。損失率マトリクス \mathbf{L} は、内部損失率 $\eta_{i,i}$ (Internal Loss Factor; 以下 ILF) と結合損失率 $\eta_{i,j}$ (Coupling Loss Factor; 以下 CLF) を成分とする。ILF と CLF を評価し、損失率マトリクス \mathbf{L} を生成することを SEA モデルの構築と称す。

2.2 FEM を用いた実験 SEA FEM を用いた実験 SEA は、FEM を用いてコンピュータ上で周波数応答解析を行い、SEA 要素における入力パワーと要素エネルギーをそれぞれの要素で算出し、SEA パラメータを評価することである。実験 SEA モデルの構築は、Bies らが提案したパワー注入法 (Power Injection Method; 以下 PIM)⁽⁵⁾ もしくは CLF が負の値となることを避けられる Lalor が提案した近似的パワー注入法 (Approximated Power Injection Method; 以下 APIM)⁽⁶⁾ により評価が行われる。PIM による 2 要素系の損失率の評価は、

$$\begin{pmatrix} \eta_{i,i} \\ \eta_{i,j} \\ \eta_{j,i} \\ \eta_{j,j} \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} E_i^i & E_i^i & -E_j^i & 0 \\ 0 & E_i^i & -E_j^i & -E_j^i \\ -E_i^j & -E_i^j & E_j^j & 0 \\ 0 & -E_i^j & E_j^j & E_j^j \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} P_i \\ 0 \\ 0 \\ P_j \end{pmatrix} \quad (3)$$

で示され、ここで、 E_j^i は要素 i 加振時の要素 j の要素エネルギー、 P_i は要素 i 加振時の入力パワーである。構造要素 i で節点 p を加振したときの入力パワーと節点 q の

要素エネルギーは、それぞれ式(4)、(5)より算出される。

$$P_i = \frac{1}{2} \text{Re} \left[F_{ip} s v_{ip}^* \right] \quad (4)$$

$$E_i^i = \frac{1}{2} \text{Re} \left[m_i s v_{iq} s v_{iq}^* \right] \quad (5)$$

ここで、 $\text{Re}[\]$ は実数部、 F_{ip} は要素 i の加振点 p の入力力、 $s v_p$ は加振点 p における速度応答スペクトルであり、* は複素共役である。 m_i は要素 i の質量、 $s v_{iq}(q=1 \sim n)$ は要素 i の応答点 q における速度応答スペクトルである。

一方、APIM による 2 要素系の損失率の評価は、

$$\eta_{i,j} = \frac{E_j^i / P_i}{\omega (E_i^i / P_i) (E_j^j / P_j)} \quad (6a)$$

$$\eta_{i,i} = \frac{1 - \omega \sum_{j \neq i}^n (\eta_{i,j} E_i^i / P_i - \eta_{j,i} E_j^i / P_i)}{\omega E_i^i / P_i} \quad (6b)$$

である。

3. 異種材料の積層構造の解析 SEA モデル

3.1 対象構造物と問題設定 図 1 に示す横方向へ半無限長の材質の異なる 2 層構造において上下方向を z 、下層を要素番号 1、上層を要素番号 2 とし、要素は # で示す。材質が異なるために、下層への縦方向の曲げ波入力波 i が上層との断面において、要素 2 へ透過する曲げ波 t と要素 1 へ反射する曲げ波 r となり、 k を曲げ波数とするとそれぞれ以下で示される。

$$u_i(z, t) = A_i e^{i(\omega t - kz)} \quad (7a)$$

$$u_r(z, t) = A_r e^{i(\omega t + kz)} \quad (7b)$$

$$u_t(z, t) = A_t e^{i(\omega t - kz)} \quad (7c)$$

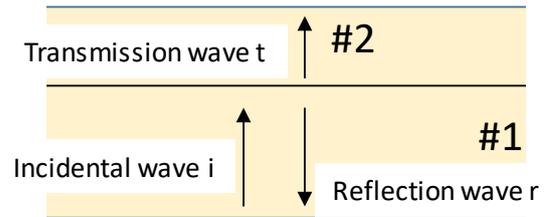


Fig.1 Model for a two layer system with densities ρ_1, ρ_2 and Young's modulus E_1, E_2 .

曲げ波速度 v と曲げ波力 F の連続性から、以下の式が導かれる。ここで、式(8)の左辺は要素 1 の曲げ波速度と曲げ波力の状態をそれぞれ表し、右辺は要素 2 の状態を表している。

$$v_i + v_r = v_t \quad (8a)$$

$$F_i + F_r = F_t \quad (8b)$$

ここで、 $v_i = i\omega u_i$ 、 $v_r = i\omega u_r$ 、 $v_t = i\omega u_t$ である。更に、 $F = z_v$ で z はメカニカルインピーダンスである。よって、

$$z_1 v_i - z_1 v_r = z_2 v_t \quad (9)$$

で表せ整理すると、入力波と反射波の振幅比は以下となる。

$$\frac{A_r}{A_i} = \frac{(z_1 - z_2)e^{i(\omega t - kz)}}{(z_1 + z_2)e^{i(\omega t + kz)}} = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} \quad (10)$$

同様に、入力波と透過波の振幅比は以下で示される。

$$\frac{A_t}{A_i} = \frac{2z_1}{z_1 + z_2} \quad (11)$$

3.2 エネルギー透過率とエリア結合の結合損失率 解析 SEA により結合損失率を求めエネルギー予測を行うためには、エネルギー透過率を算出する必要がある。エネルギー透過率とは、入力パワーと伝達パワーの比で表され、以下の式から振動入力パワー W_1 と振動伝達パワー W_2 を算出する。

$$W_1 = \frac{1}{2} \text{Re}(z_1 v_i^2) \quad (12a)$$

$$W_2 = \frac{1}{2} \text{Re}(z_2 v_t^2) \quad (12b)$$

よって要素 1, 2 間のエネルギー透過率 $\tau_{1,2}$ は、

$$\tau_{1,2} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{z_2}{z_1} \left(\frac{v_t}{v_i} \right)^2 = \frac{z_2}{z_1} \left(\frac{2z_1}{z_1 + z_2} \right)^2 \quad (13)$$

である。有限長の積層構造においては、要素間はエリア結合となるため、要素間で角 ϕ となる半無限の透過率 $\tau_{1,2,\infty}(\phi)$ による以下の式を用いて、結合損失率を定義する⁽⁷⁾。

$$\eta_{1,2}(\phi) = \frac{\overline{\delta f_1} k_1^2 A \cos(\phi)}{\pi f} \frac{\tau_{1,2,\infty}(\phi)}{2 - \tau_{1,2,\infty}(\phi)} \quad (14)$$

ここで、 k は曲げ波数、 A は結合部の面積である。さらに、

3次元空間における平均モード周波数 $\overline{\delta f}$ は、

$$\overline{\delta f_1} = \frac{\pi c_{g1}}{k_1^2 V_1} \quad (15)$$

より、式(14)は以下で示される。

$$\eta_{1,2}(\phi) = \frac{c_{g1}}{V_1 f} \frac{A \cos(\phi)}{2\pi} \frac{\tau_{1,2,\infty}(\phi)}{2 - \tau_{1,2,\infty}(\phi)} \quad (16)$$

ここで、 V は構造の体積、 c_g は群速度である。角度 ϕ は積層構造のため 0 度となる。

3.3 3要素積層構造での検討 前節では2要素系で積層構造物の解析 SEA による結合損失率の導出を展開したが、タイヤ構造では地面と設置しているトレッドに複数の材料が積層され構成されている。本報では、ゴム-金

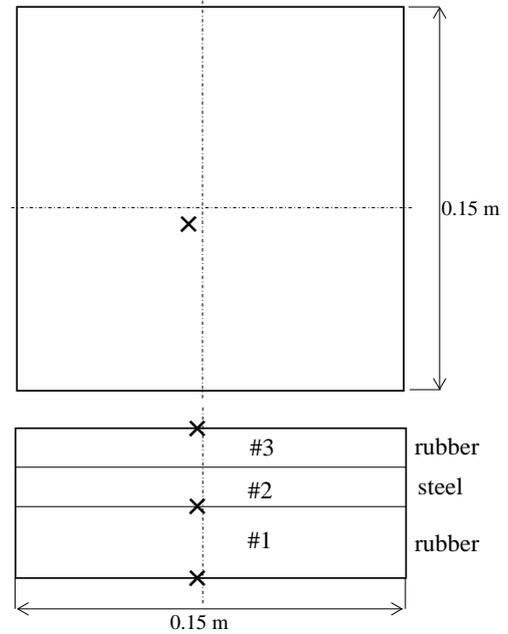


Fig.2 Model for a three layer system: points marked “X” are response and excitation points.

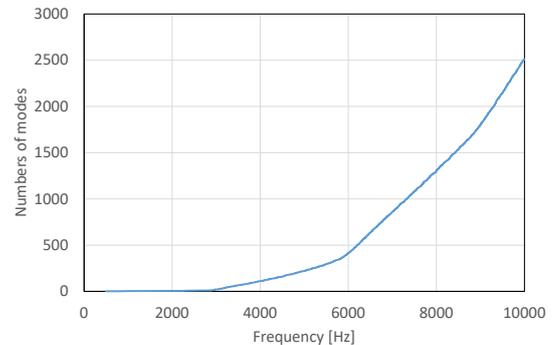
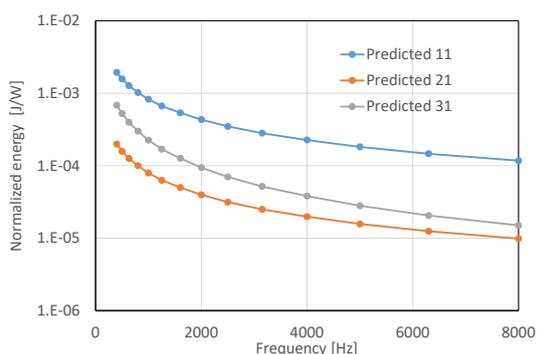
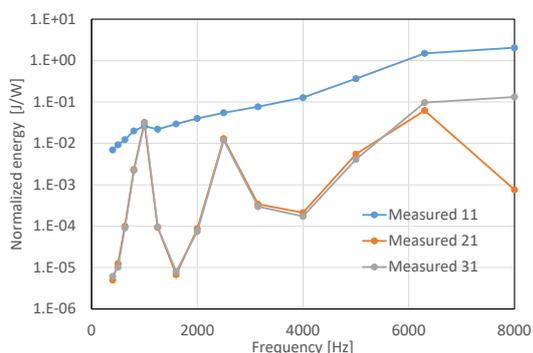


Fig.3 Numbers of modes by FEM calculation for three layers model.



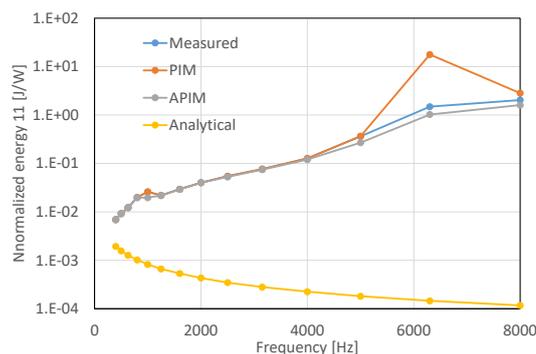
(a) Analytical SEA



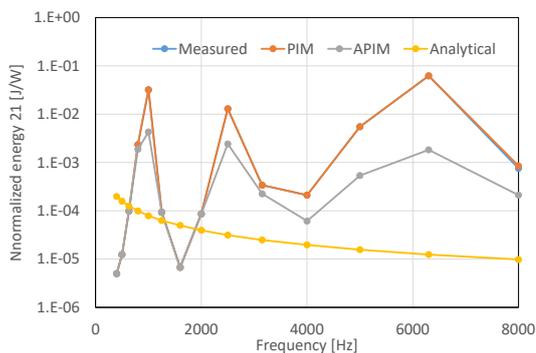
(b) FEM

Fig.4 Comparison of normalized energy of subsystem predicted by analytical SEA model constructed and measured by SEA using FEM constructed.

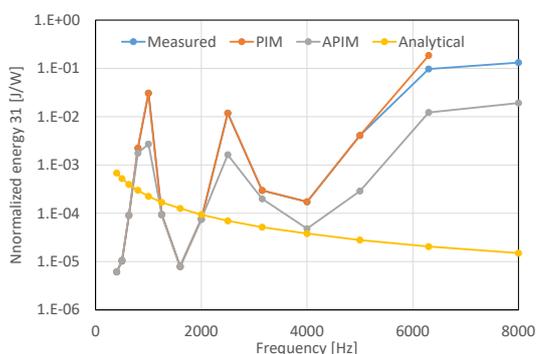
属-ゴムで構成された図 2 で示す 3 層構造において、解析 SEA と FEM による結果を比較する。図 2 の×は入力と応答位置を示し、上面図で節点位置（幅 0.074 m、高さ 0.074 m）を示している。構造物の材料特性は、ゴムが、縦弾性係数 3.0×10^7 Pa、密度 1150 kg/m^3 、ポアソン比 0.499、ILF 15%、中央の金属が、縦弾性係数 2.11×10^{11} Pa、密度 7542 kg/m^3 、ポアソン比 0.3、ILF 1.5%である。厚さは、要素 1 が 0.008 m、要素 2 と 3 が 0.004 m である。FEM モデルの作成には、汎用有限要素解析ソフトウェア ANSYS Ver.16.1（要素タイプは弾性ソリッド要素 solid 185）を用いて、要素サイズは、10k Hz の曲げ波長に 6 節点が含まれるようにゴムでは幅 0.002 m×高さ 0.002 m、金属では幅 0.002 m×高さ 0.0013 m、とすると、節点数は 57760、要素数は 50625 となる。面外方向に単位入力の点加振を行い、応答変位を 5 Hz から 10k Hz まで 5 Hz 刻みでモード重ね合わせ法で算出し、CLF 計算に必要な振動入力パワーと振動要素エネルギーの計算を行った後、25 Hz から 8k Hz までの 1/3 オクターブ帯域周波数特性を MATLAB で算出した。



(a) Subsystem 1



(b) Subsystem 2



(c) Subsystem 3

Fig.5 Comparison of normalized energy of subsystem between measured and predicted by SEA model constructed when power is injected to subsystem 1.

図 3 にモード解析から得られた固有振動数の個数の結果を示す。剛体モードを除く 1 次モードは約 500 Hz に見られ、約 1300 Hz まではグローバルモードであったが、積層されているためモードの判別が困難であった。参考までに、要素単体でモード解析を行った結果を示すと、剛体モードを除いて要素 1、要素 2、要素 3、それぞれ、約 34 Hz、約 600 Hz、約 17 Hz であった。

3.3.1 解析 SEA と FEM による SEA 結果の比較と考

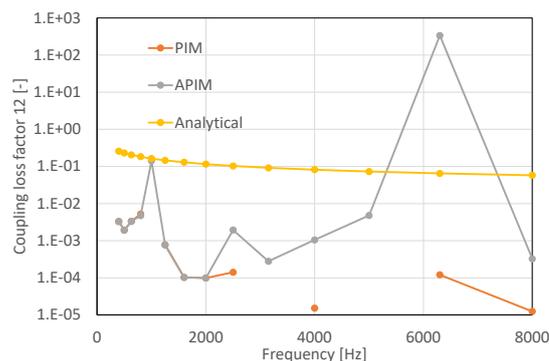
察 図4に要素1を1Wで加振した(図2下図の下方向から上方向へ)際の400 Hzから8k Hzまでの1/3オクターブ周波数帯域の入力パワーで正規化した各振動要素エネルギー結果を示す。前述したように400 Hz帯域にモードは存在しないが、参考結果として示している。図4(a)は、式(16)のCLFと設定したILFを使って解析SEAで求めた予測エネルギーであり、図4(b)はFEMによるSEAで求めた実測エネルギー結果である。図4(a)の解析SEAの結果では、要素1>要素3>要素2の順番の大きさであり金属要素は揺れにくい結果が得られている。一方、図4(b)のFEMによるSEAの結果では、要素2と要素3がほぼ同じ大きさの結果であり、高周波数帯域では解析SEAと同様の傾向が得られている。

図5に要素1を1Wで加振した際の解析SEAによる振動エネルギーの予測結果、FEMによる実測結果、またPIMとAPIMによる予測結果を示す。図5(c)のようにPIMでは後ほど示すが、CLFが負の値を示すことがあり^⑧、その影響で予測した正規化した振動エネルギーが負の値となりプロットされていない。PIMの結果は、ほぼ実測結果と等しいが、APIMは定性的に良好である。解析SEA結果との比較においては、要素1を除いて、2k Hz程度までは、ある程度良好であるが、高周波数域では実測結果との違いが大きくなっている。

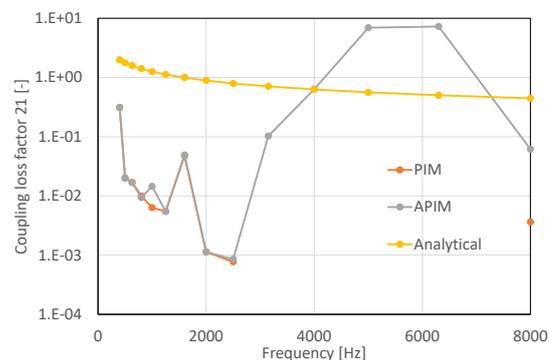
図6にPIM、APIMと解析SEAによるCLF結果を示す。前述したが、PIMでは損失率が負の値となることがあり^⑧、プロットされていない。3k Hz程度まではPIMとAPIMの結果は同様の値を示しているが、それ以降の周波数帯域では異なっている。解析SEAでは、2k Hz以下で1を超えてしまっている帯域も見られる。FEM結果と解析SEA結果との比較においては、ゴム材から金属、金属からゴム材において、4k Hzぐらいまでは、定性的に良好であるが、それ以降の帯域において大きく異なっており、FEMにおいて、加振・応答点数の増加による平均化や加振・応答位置等の検討が必要である。

4. おわりに

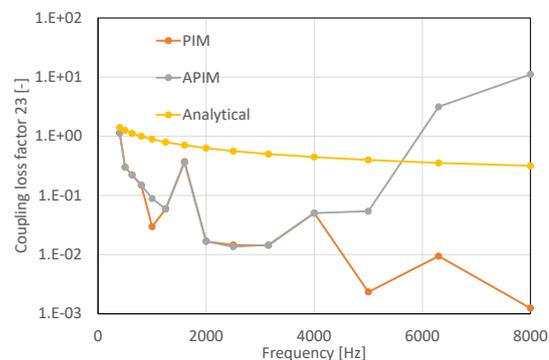
本報は、設計の上流段階における高周波数までの材料違いによる積層された構造物の定性的な振動応答予測を行うための一助として、タイヤトレッドの構造に近い異種材料の積層構造への解析SEAモデルの構築法を、縦方向の曲げ波の半無限理論



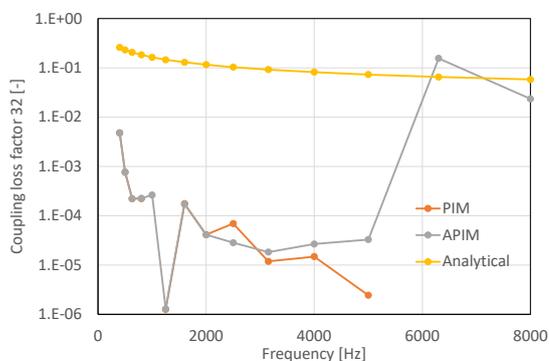
(a) CLF 12



(b) CLF 21



(c) CLF 23



(d) CLF 32

Fig.6 Some example results of coupling loss factors.

を用いて透過率を導出し、エリア結合と構造体積により結合損失率を求めた。その後、任意の入力における入力パワーで正規化した要素の振動エネルギーを求め、FEM による加振実験結果と比較したところ、定性的に良好であった。

今後は、本手法の更なる有効性を検討するため、①横方向の曲げ波の解析 SEA モデルの構築、②FEM による多点加振、多点応答での比較検討、③実験による結果の検証、が必要であると考えている。

謝辞

本研究の一部は、長崎総合科学大学重点プロジェクトからの助成を受けたものです。ここに謝意を表します。

参考文献

- (1) 株式会社ブリヂストン編, 自動車用タイヤの基礎と実際, 東京電機大学出版局, (2008), pp.165-185.
- (2) R. H. Lyon, Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems: Theory and Application, MIT Press, (1975).
- (3) 亀山陽平, 澤田克人, 中村弘毅, 北原篤, 山崎徹, スムースタイヤ単体振動の解析SEAモデリング, 日本自動車技術会論文集, Vol. 49, No.5 (2018), pp.986-992.
- (4) 相川亮介, 黒田勝彦, Wave guideによる振動制御に関する基礎研究, 日本機械学会第54回学生員卒業研究発表講演会, 616.pdf (宮崎, 2023-3) .
- (5) D. A. Bies and S. Hamid, In situ determination of loss and coupling loss factors by the power injection method, Journal of Sound and Vibration, 70, (1980), pp. 187-204.
- (6) N. Lalor, Practical considerations for the measurement of internal and coupling loss factors on complex structures, ISVR Technical Report, No. 182 (1990).
- (7) R. H. Lyon and R. G. Dejong, Theory and Application of Statistical Energy Analysis: second edition, Newnes, (2014), pp. 196.
- (8) 黒田勝彦, 山崎徹, SEAとTPAによる機械構造物の入力パワーと伝達寄与に関する一考察, 日本機械学会論文集C編, Vol. 79, No.799 (2013), pp.495-506.