

モーダルエネルギー伝搬解析法の研究

Study of modal energy propagation method

2024 年 3 月

山下 亘貴

目次

第1章 緒言	1
1.1 研究背景	1
1.2 従来技術と問題点	6
1.3 先行研究	11
1.4 研究目的と実施項目	12
第2章 モーダルエネルギー伝搬解析法の基礎理論	13
2.1 主-従構造結合系の連成振動解析法（半拘束モード合成法）	13
2.2 半拘束モード合成法による連成振動解析法の妥当性検証	17
2.3 モーダルエネルギー伝搬解析法	28
2.4 2自由度近法によるモード寄与度評価法	29
2.5 箱型モデルを用いた理論の妥当性検証	32
2.6 モード間の伝達パワーに着目した振動低減	35
2.7 加振試験による振動パワー計算	39
2.8 結言	60
第3章 フレーム-パネルモデルへの適用	61
3.1 特異値分解によるモード寄与度評価法	65
3.2 フレーム・パネル構造での試計算	68
3.3 結言	79
第4章 実車構造における車内騒音の低減への適用	80
4.1 車両の内装材への適用	80
4.2 実験による振動低減効果の検証	91
4.3 車両のパネル構造への適用	98
4.4 結言	105
第5章 結論	106
謝辞	108
参考文献	109

主な記号

c	: 構造の減衰
c_f	: 音速
\mathbf{C}	: 構造の減衰行列
$\tilde{\mathbf{C}}$: 構造のモード減衰行列
ERP	: 等価音響放射パワー
f	: 周波数
\mathbf{f}	: 外力ベクトル
\mathbf{f}_c	: 結合点に作用する内力ベクトル
k	: 構造の剛性
\tilde{k}_n	: 第 n 次モード有効剛性
\mathbf{K}	: 構造の剛性行列
$\tilde{\mathbf{K}}$: 構造のモード剛性行列
m	: 構造の質量
\tilde{m}_n	: 第 n 次モード有効質量
m_q	: 従構造の第 q 自由度の質量
\mathbf{M}	: 構造の質量行列 (ただし, 集中質量行列とする)
$\tilde{\mathbf{M}}$: 構造のモード質量行列
N	: モード総数
\mathbf{q}	: 振動モード応答ベクトル
$\text{Re}(\)$: $(\)$ の実数部
S	: 面積
ΔS	: 要素面積
SPL	: 耳位置音圧レベル
v	: 振動速度
$\langle v^2 \rangle$: 空間二乗平均振動速度
V_n^2	: 法線方向振動速度
W_{di}	: 構造 i の消散パワー
W_{ij}	: 構造 i から構造 j への伝達パワー
W_{0i}	: 構造 i への入力パワー
\mathbf{x}	: 振動変位ベクトル

η_n : 第 n 次モード損失係数
 ρ_f : 流体密度
 Φ_1 : 構造 I (従構造) の振動モード行列
 $\Phi_2 = \begin{bmatrix} \Phi_0^{(2)} \\ \Phi_c^{(2)} \end{bmatrix}$: 構造 II (主構造) の振動モード行列
 ω_n : 第 n 次モードの固有角周波数

$(\dot{})$: () の 1 階時間微分
 $(\ddot{})$: () の 2 階時間微分

添字 1 : 構造 I (従構造) の自由度
 2 : 構造 II (主構造) の自由度
 0 : 非結合点の自由度
 c : 結合点の自由度,
 n : 構造 I (従構造) のモード次数
 l : 構造 II (主構造) のモード次数,
 $()^t$: () の転置
 $()^*$: () の複素共役

第1章 緒言

1.1 研究背景

1.1.1 静粛性の要求の高まり

自動車をはじめとして鉄道や航空機、船舶などは、人や物資を輸送する機械として身近な存在であり、現代の生活に欠かせないものである。これらの機械構造物が作動する際、動力源や路面、風からの入力により振動騒音が必ず発生する。振動騒音は周囲の人々に不快感を与える環境問題として厳しい規制が設けられている一方で、使用者や顧客の快適性や購買意欲を左右する商品価値として重要な要素である。特に自動車は容易に扱える存在として広く普及していることから、単なる移動手段としてだけではなく、趣向性の面を持ち合わせており、コストや実用性、燃費、安全性能とならび、振動騒音（静粛性）は商品価値の一つとして高い性能を要求される [1].

さらに近年の自動車業界は、エネルギー需要のひっ迫による各国の厳しい環境規制対応のため、図1に示すようにこれまで主流であった内燃機関に代わり、モーターを組み合わせたハイブリッド車や、エンジンで発電しモーターを動力源とするプラグインハイブリッド車、バッテリーに蓄えられた電力でモーターを動かす電気自動車など、パワートレインの電動化が加速しており、今後これらの比率は上昇していくとみられている [2]. これに伴い、自動車の車室内の騒音は、図2に示すように従来の内燃機関による騒音そのものや、マスキング効果が欠如することで、ロードノイズや風切り音の寄与度が増加し、またこれまで知覚されていなかった異音などへ注意が向けられ、振動騒音を徹底的に低減させる必要性が増している [3].

一方で、自動車の環境性能の向上のため、高張力鋼板の使用や樹脂材などの複合材料の採用による車両の軽量化が加速している。一般的に車両重量と静粛性はトレードオフの関係にあることから、振動騒音対策にかけられる重量やコストは厳しくなる一方である。そのため従来の振動対策の見直しや、これまで振動対策に機能していなかった部品を新たに活用する機能配分の見直しによる、重量・コスト低減が取り組まれている。これらの理由から、自動車の静粛性に対する要求は、これまでになく高くなっている。

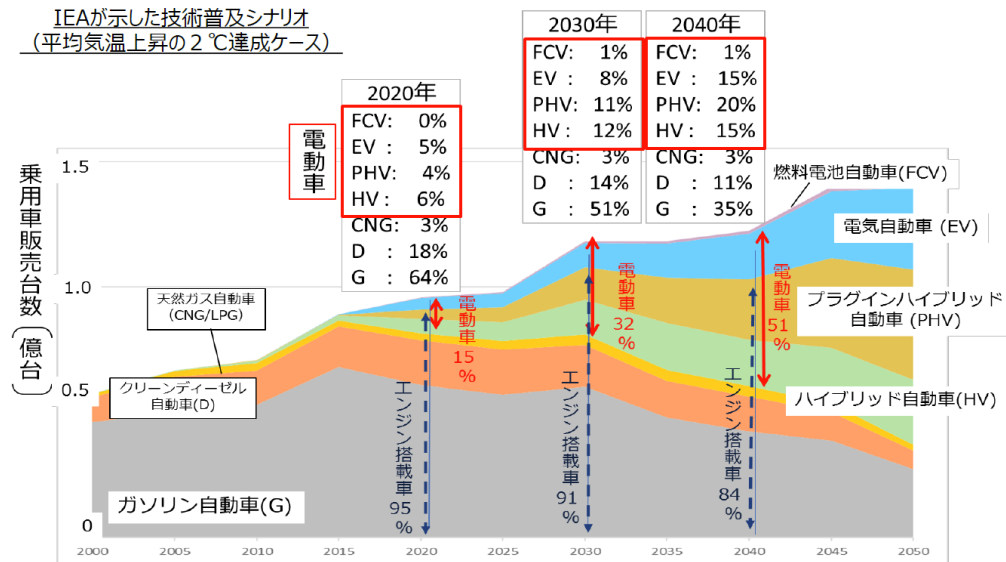


Fig.1 Technology diffusion scenario by IEA [2]

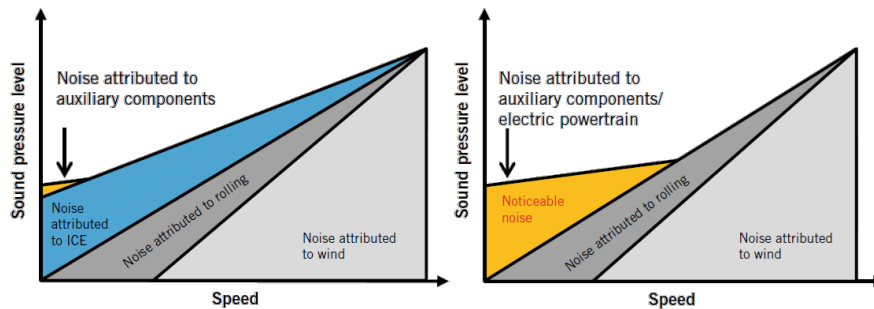


Fig.2 Schematics of lack of the masking by the internal combustion engine [3]

1.1.2 騒音発生源と伝搬経路

振動騒音は人間の可聴周波数域と対応し、20~20kHz を対象に対策が検討される。自動車における振動騒音は、図3に示すように、エンジンやトランスミッション等のパワートレイン、タイヤ、路面、ブレーキやその他の補機類など様々な起振源から発生し [4]。これらの起振源から、図4に示すような様々な車両の構成要素を伝達し、車内騒音として乗員へ到達する。これらの振動伝達のメカニズムを明らかにし、最小限の重量・コストで騒音を低減することが肝要である。

振動騒音は大別して固体伝搬音と空気伝搬音に分類される。前者は起振源による振動入力エンジンマウントなどの伝達系を介して車体フレームやパネル・内装へと伝搬し車内へ音を放射するものであり、後者は起振源から放射される音そのものが車体のパネル・内装などを透過または構造の穴隙を通過して車内へ伝搬するものである。車室内に対する固体伝搬音と空気伝搬音の寄与度は、対象とする周波数帯によって変化する。Lalor らによると、図5に示すように、100km/h 走行時にお

いて、500Hz 以下の周波数帯ではエンジンの起振力や前輪・後輪の路面入力による固体伝搬音が支配的であり、対して 500Hz 以上の周波数帯ではエンジンやタイヤからの空気伝搬音の寄与度が大きいことが示されている [5]。またこれ以上の速度域になると、風騒音の寄与度が大きくなる。実際の開発現場では、これらの現象を切り分けたうえで、実験計測・解析技術を駆使して振動騒音への対策が行われる。

一方で、冒頭に述べたように、今後電動化が加速することで、これらの寄与度は大きく変化すると考えられる。従来の内燃機関の固体伝搬音・空気伝搬音が欠如することで、特に路面入力による振動騒音がより支配的になると予想される。そのため特に 500Hz 以下の周波数帯では、路面入力による固体伝搬音に対し、これまで以上に高い水準での抑制が要求される。

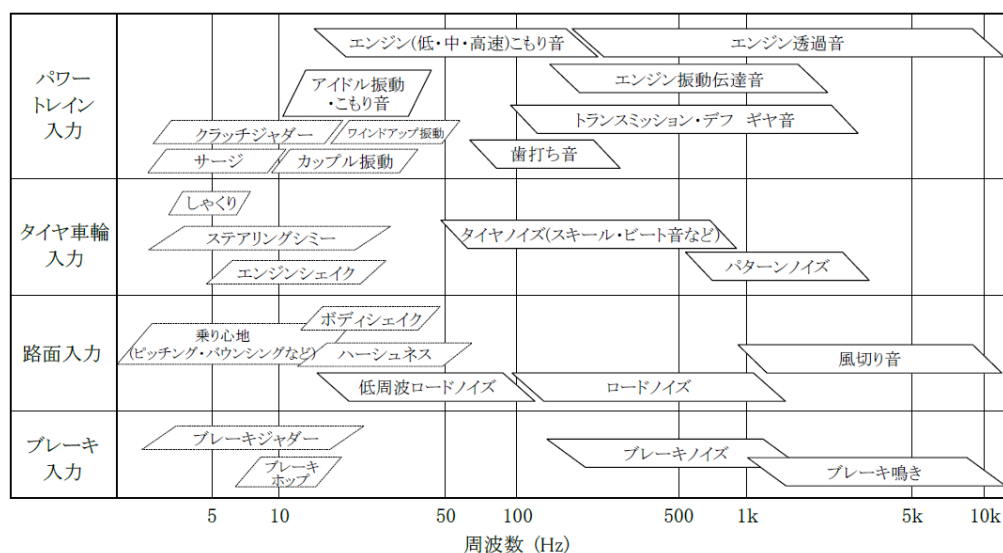


Fig.3 General noise and vibration phenomena of automobile [4]

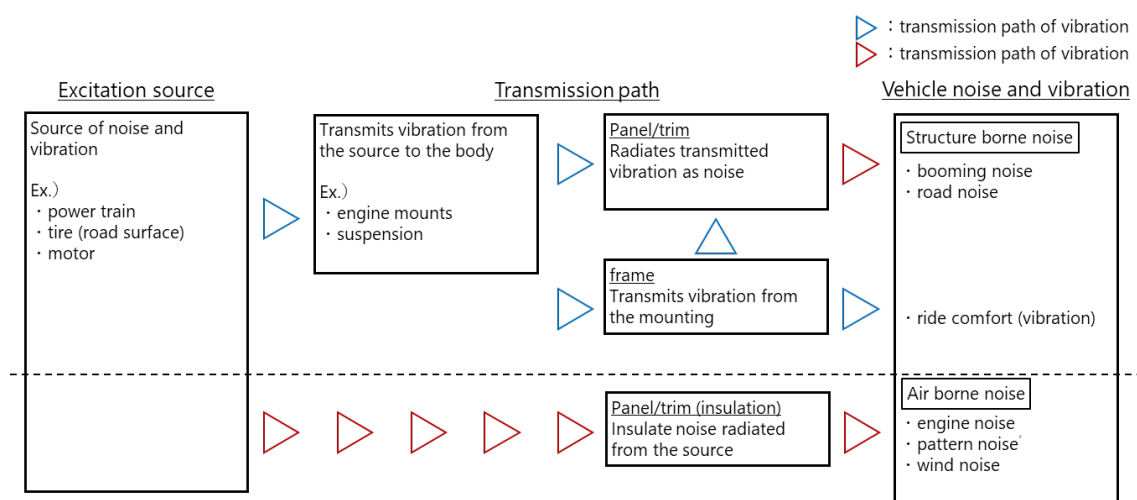


Fig.4 Transmission path of noise and vibration of automobile

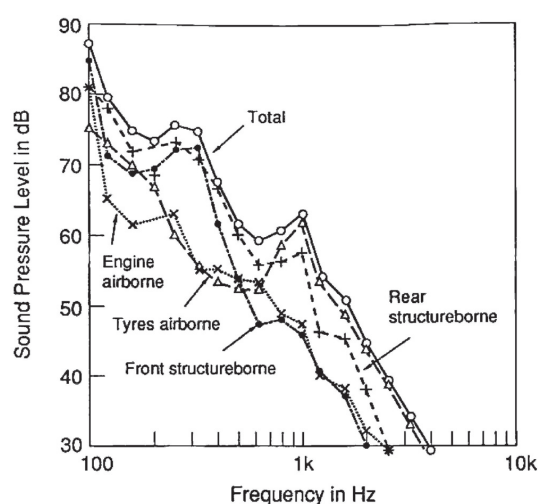


Fig.5 Source of interior noise for a vehicle speed of 100 km/h [5]

1.1.3 騒音対策

自動車の騒音対策の事例について簡単に述べる．起振源対策については，エンジンとコンロッドの連成振動による燃焼加振力を，ピストンピンの内部に動吸振器として作用する部品を設けることで低減する技術 [6]や，タイヤの気柱共鳴音をホイールに装着したレゾネーターにより低減する技術 [7]が取り組まれている．また騒音の放射部位である車体パネルについては，ビードの最適化による高剛性化や制振材の塗布による振動低減対策がなされている．しかしながら，起振源から放射部に至るまでの振動伝達現象は，実験計測などからメカニズムを把握することが難しく，加えて試

作段階では他性能の制約等により根本的な対策を施すことが不可能な場合が多い。

1.2 従来技術と問題点

固体伝搬音は外力による振動が系を伝搬し音を放射する現象であるため、伝搬過程に対する因子となる振動特性を把握することが肝要である。これまで様々な研究が行われ実用化されており、以下に概要を述べる。

1.2.1 従来技術

振動騒音の予測技術には、系全体をメッシュ分割して離散的な運動方程式を構築する、有限要素法(FEM)や境界要素法(BEM)が古くから研究されており、現在では汎用ソフトとして商用化され幅広く用いられている。また固有モードの直交性を利用して多自由度系の運動方程式を非連成化するモード解析技術 [8]は、FEM や BEM と併せて振動解析の基礎として欠かすことのできない手法である。自動車へのモード解析技術の適用は Klosterman らによる実験計測と組み合わせた理論の適用 [9]に始まり、1970 年代ごろから取り組みが報告されている。また萩原らによって構造-音場連成解析における非対象行列へのモード解析の適用 [10]も進められ、今日の NVH (Noise-Vibration-Harshness) 開発の基盤技術となっている。

一方で、FEM や BEM により振動解析が一般的になったことで、複雑で大規模な機械構造物の振動解析に要求が高まった。しかしながら、複雑な構造物を精密にモデル化するためには、詳細な要素分割により節点数が膨大となり、質量・剛性行列の次元も大きくなることから、計算機の必要容量の不足や、莫大な計算時間を要することが問題であった。また系全体を一体として解析した場合、着目する振動応答がどのような連成振動から発生しているか知ることはできず、振動特性の改善に必ずしもつながらないという問題もあった。このような問題の解決に向け、解析対象全体（全系）をいくつかの部分構造（分系）に分割し、各分系ごとの振動特性から物理的結合状況に基づいて全系の運動方程式を構成する、部分構造合成法が提案され、長松、大熊らによって体系化された [11]。図 6 に示すように、部分構造合成法は大別して伝達関数合成法、モード合成法、特性行列合成法の 3 つに分けられ、船舶や車両の分野で実構造への適用がすすめられている。

水早らは船舶の船体-主機が複雑に連成した船体振動問題に対し、モード合成法を適用し低振動評価手法について検討した [12]。西岡らは計算時間や解析結果の評価に要する工数から実用化が困難であった、詳細な有限要素モデルによる車体全体の振動解析に対し、モード合成法やスーパーエレメント法によるモデル縮小などを導入し、ほとんど計算精度を低下させずに車体の振動計算から評価に至るまでのプロセスを確立した [13]。萩原らは、車両構造において精度上の要請から音場系より遥かに細かい要素分割を必要とする構造系を有する構造-音場連成振動問題に対し、モード合成法を適用し自由度を縮小したモデルによる車室内音の予測手法を確立した [14][15]。図 7 に萩原

らの解析結果の一例を示す [15]. 図 7(a)に示すように近年の車両開発で用いられる数百万節点ほどのモデル規模からかなり粗いモデルであるが, 図 7(b)の車室内騒音の解析例から, 周波数の適用限界はおおむね 100Hz 程度だと予想される. 車室内騒音で問題となるロードノイズは 400~500Hz 付近まで対象となり, 固有モード数も数百~数千のオーダーになることから, これらモード合成法の直接的な適用は計算コストの面からも適切でないことが推定される.

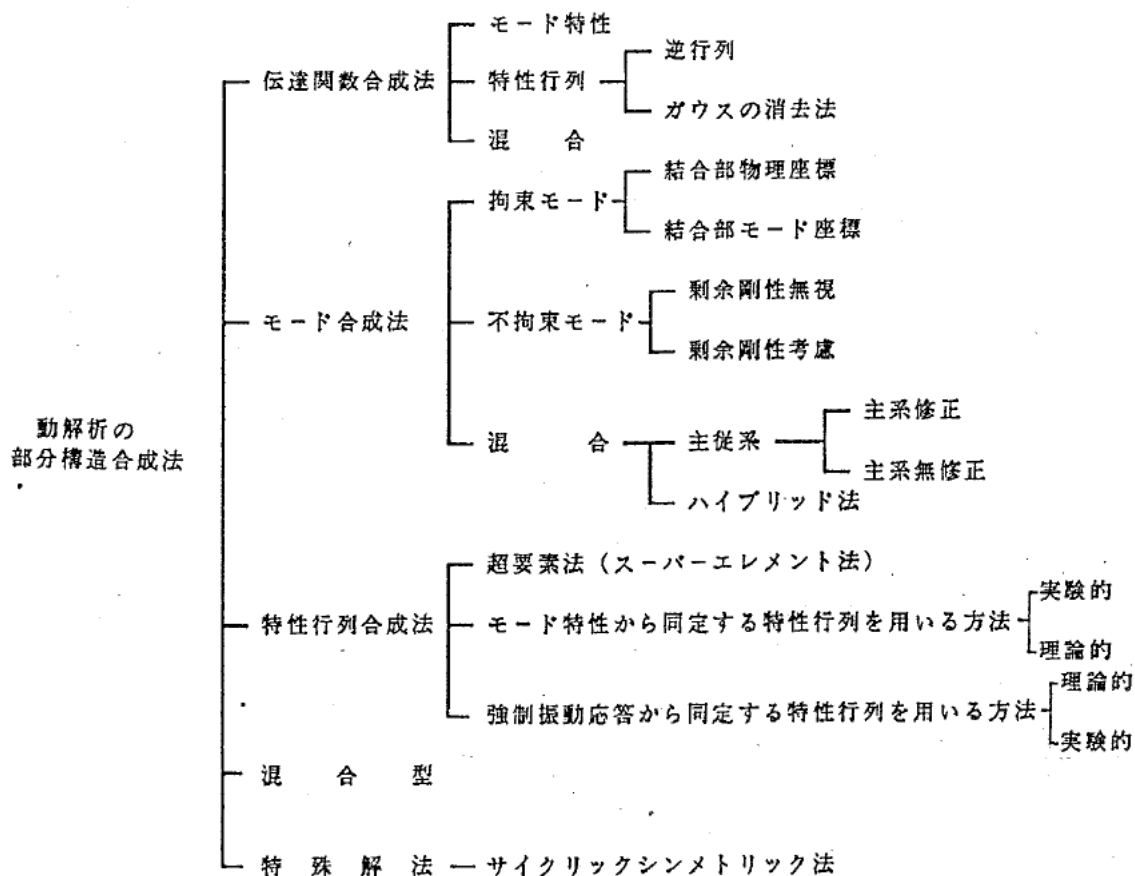
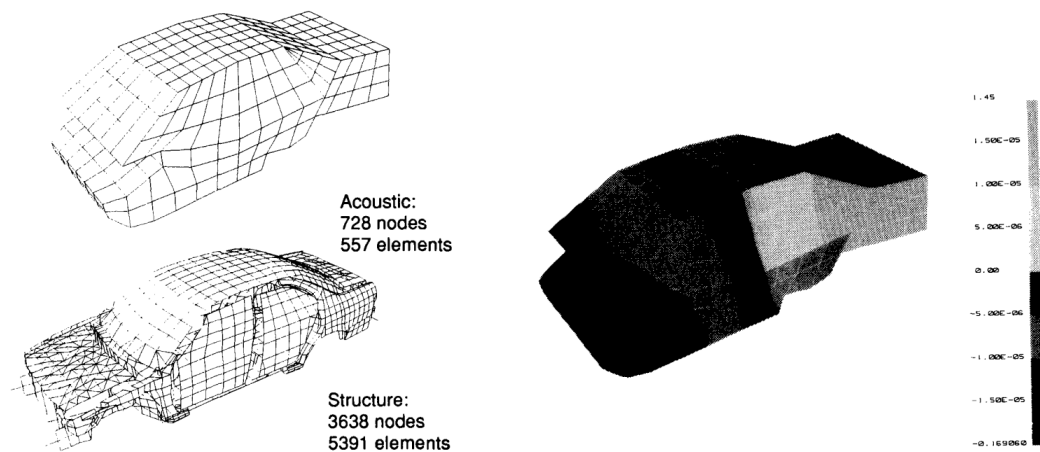


Fig. 6 Classification of substructure synthesis [11]



(a) Analytical model of body and cavity of vehicle (b) Calculated sound pressure distribution at 60 Hz

Fig.7 An example of calculation result of acoustic field using component mode synthesis method [15]

一方、周波数が高くなるにつれて、固有モードの数は指数関数的に増加し、着目する周波数帯に複数の固有モードが寄与することから、対策すべき固有振動特性の特定が困難となる。また図 8 に示すように、局所的な周波数応答関数は製造過程の様々な要因によりばらつき、この影響は周波数の上昇に伴い増大する [16][17][18]。そのため、高い周波数帯においてはばらつきを考慮してロバスト性を確保すべく、個々の固有モードに着目する確定的な手法である FEM・BEM に代わり、モードを平均化し統計的に扱い、分系要素間の振動パワー平衡を扱う統計的エネルギー法(SEA 法)が用いられている。

SEA 法は宇宙開発におけるロケットの音響疲労など高周波ランダム振動予測の研究から、Lyon [19], Maidanik [19], Smith.Jr [20]らにより基本概念が提唱され、その後船舶騒音をはじめ適用が拡大していった。実構造への適用については、結合損失率(Coupling Loss Factor, CLF)などの SEA パラメータの同定が課題であり、これらを補完的に導出する手法の研究が進められている。吉澤らは鉄道車両に対し、FEM 解析を用いて CLF を求める手法を用いて SEA モデルを構築する手法を提案している [21]。車両構造への適用については、見坐地らは 200-5000Hz のロードノイズに対し、SEA パラメータを実験的に求め補完する、実験・理論のハイブリッド SEA モデル化手法を提案し、フロアカーペットの寄与度分析を実施した [22]。着目周波数帯が 2000Hz 帯であることから、高周波数帯における振動対策の検討に有効な手法といえる。

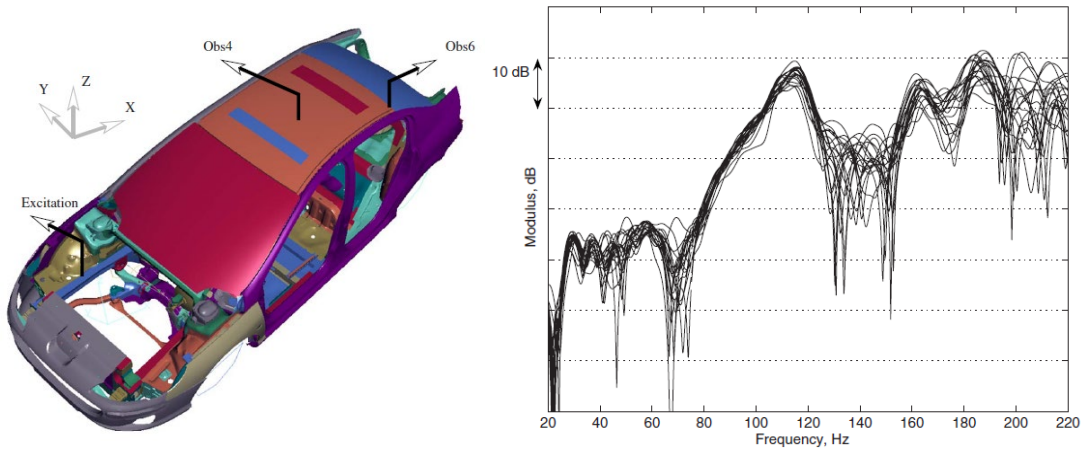


Fig. 8 Graphs of the modulus in dB scale of the experimental structural FRFs as a function of the frequency in Hz for the 20 cars (at Obs4) [18].

これまで述べた FEM/BEM や SEA 法による振動解析手法は、それぞれ前提とする条件や特性上、適用周波数に限界が存在する。表 1 に両手法の特徴を比較したものを示す。個々の固有モードを扱う FEM・BEM モード解析手法については、周波数が高くなるとモード密度が増大し、また個々のモード寄与が分散することから、着目周波数帯に対する主要なモードの特定が困難となる [23]。さらに分系間の相互作用もより複雑になり、モード形状も複雑化するため、全系の振動に対する分系モードの寄与の把握も困難である。一方、固有モードを統計的に扱う SEA 法は、モード密度が小さい周波数帯では個々の固有モードの影響を無視できず、平均的に扱うという前提条件が成立しない。また要素分割された系のモード密度が低い場合、解析精度が低下することから、分割できる単位に限度が生じる。このことから、SEA 法はモード密度が十分担保できる高周波数帯での適用に限定される [24]。このように両手法が前提とする特性上、どちらの手法も適さない周波数帯が存在し、この周波数帯に対し従来手法を発展させた新たな解析手法の研究が進められている。なお本研究ではこの周波数帯を、中周波数帯と呼ぶ。

Table 1 Comparison of characteristic of FEM・BEM and SEA method

frequency	low	mid	high
fundamental theory	FEM・BEM		SEA
feature	<ul style="list-style-type: none"> • deterministic・meshing the structure and solving the discrete equation of motion • detailed structure 		<ul style="list-style-type: none"> • statistic • solving for vibration power equilibrium between structures • not detail structure
analysis method	<ul style="list-style-type: none"> • modal analysis • mode synthesis 		<ul style="list-style-type: none"> • analytical SEA • experimental SEA
limitation	For high frequency, <ul style="list-style-type: none"> • increased eigenmode density and dispersion of mode contributions • Lack of confidence in deterministic analysis results due to variability in vibration response 		For low frequency, <ul style="list-style-type: none"> • eigenmode density decreases and individual resonances cannot be ignored • subsystem partitioning not possible

1.2.2 中周波数帯について

ここで、上述した中周波数帯の特徴を整理する。はじめに、振動応答に対し複数のモードが寄与し振動ピークを形成するという特徴がある。またこのことからモード寄与度は分散するため、個々のモードに着目した振動低減対策の効果が限定的となる。次に、周波数の増加に伴い系全体が振動するグローバルモードから、局所的な振動を有するローカルモードが発生し、モード形状が複雑化する。そのため全系のモードに対する分系のモードの寄与度の把握が困難となる。最後に、製造上の様々な要因による振動応答のばらつきが顕在化する周波数帯であり、局所的な評価ではロバスト性の確保が困難となる。そのため、より大局的に俯瞰した評価手法の適用が必要となる。

1.3 先行研究

上述した中周波数帯の解析手法として、FEM モード解析手法を発展させた手法や、SEA 法を発展させた手法など様々な研究が行われている。モード解析手法を発展させた手法として、望月らは構造のモード応答をデータ行列とし、主成分分析を適用することで、現象を支配する主要なモード（主成分モード）を抽出する手法を提案した [25][26]。小泉らは高モード密度の領域では分系のモード形状が類似したモードが多く含まれることに着目し、構造変更時のモードの変化の類似性をもとに、固有モードをグループ化する手法を提案している [27]。また中島らはウェーブレット変換を応用し、結合系のモードから主系のモードと分系のモードを分離する手法を提案している [28]。これらはモードを低次元化することで、モード密度が高い領域での振動解析にアプローチするものと考えられるが、FEM をベースに局所的な振動応答を評価することから、ばらつきが生じる周波数帯での有効性は不明である。また全系のモードに着目していることから分系どうしの相互関係が把握できず、機能要件の落とし込みが困難と考えられる。

一方 SEA 法を発展させた手法として、モード密度の低い要素を FEM モデル、モード密度の高い要素を SEA モデルとして扱う、ハイブリッド手法の研究が進められている [29]。これまで理論構築と簡易構造への適用検証が進められており、実構造への適用例は見当たらず、実用化には至っていないのが現状である。

以上のことから、中周波数帯の解析手法は様々なアプローチにより研究が行われ発展途上であり、確立された手法は存在しないといえる。

1.4 研究目的と実施項目

以上をふまえ本研究では、中周波数帯の新たな振動解析手法として、分系の固有モードと要素間の振動パワーフローの関係性を直接的に評価する、モーダルエネルギー伝搬解析法を提案する。本手法は分系の振動特性から全系を表現するモード合成法を基盤とし、これを振動パワーの次元に拡張することで定式化したものである。本研究での実施項目を以下に述べる。

① モーダルエネルギー伝搬解析法の理論構築

はじめに、基盤となる解析理論の展開について述べる。本解析法は主構造・従構造からなる系を想定し、主構造は自由支持におけるモード、従構造は結合部拘束時のモードを用いる、混合型のモード合成法を基盤とする。力の次元である運動方程式に振動速度を掛け合わせることで振動パワーの次元へ拡張し、分系のモードとパワーフローの関係性を可視化するモーダルエネルギー伝搬解析法を構築する。

② 2自由度近似手法・特異値分解によるモード寄与度評価手法の構築

次に伝達パワーに寄与の高いモード組み合わせを抽出する手法として、2自由度近似手法と特異値分解によるモード寄与評価手法について述べる。前者は主・従構造それぞれ単一のモード組み合わせのみの連成方程式を解き、全伝達パワーを2自由度伝達パワーの総和と近似する手法である。動剛性差がより大きく、モード間の連成影響が小さい場合を対象とした近似手法である。一方後者はモード間の連成影響を考慮した近似手法として、伝達パワー算出式に特異値分解を適用することにより、主構造・従構造の寄与度を評価する手法について検討する。

③ 簡易構造を用いた解析理論の妥当性検証

上記の解析理論について妥当性を検証すべく、モード間の連成影響が小さい構造として箱型モデル、連成影響が大きい構造としてフレーム・パネルモデルへの適用をおこなう。それぞれの構造に解析手法を適用し、振動パワーフローに対するモード寄与度を評価し、寄与の高いモードの特性変更により振動パワーの低減が可能か検証を行う。

④ 車両構造に対する実効性の検証

最後に車両構造に対する実効性を検証するため、本解析法を用いて内装材の放射音の低減を狙った構造案の導出を行う。車体構造を主構造、内装材を従構造とし、これらの構造間のパワーフローに対する分系のモード寄与評価を行う。この結果をもとに、寄与の高いモード特性を変更するための構造案を導出し、解析・台上試験および実走試験にて構造変更の効果の検証を行う。

第2章 モーダルエネルギー伝搬解析法の基礎理論

本章では、本研究で提案する中周波数帯の新たな振動解析法であるモーダルエネルギー伝搬解析法の導出に先立ち、モード合成法について述べる。モード合成法は、複数の構造からなる結合系の振動応答を、個々の構造単体の特性をもとにモード座標系において連立させた運動方程式を解いて求める手法である。

2.1 主-従構造結合系の連成振動解析法（半拘束モード合成法）

モーダルエネルギー伝搬解析法の基礎理論となる、モード合成法の理論について述べる [12]。図 9 に示すような主構造と従構造が結合された系に対し、動剛性差が大きいことを加味しそれぞれの振動の関係を次のように仮定する。まず、主構造の固有振動特性の変化を、従構造からの拘束がない場合の固有モードの線形結合で表わす。次に、従構造の振動は、主構造からの強制変位と結合点を剛とした場合の固有振動モードの線形和で表わす。

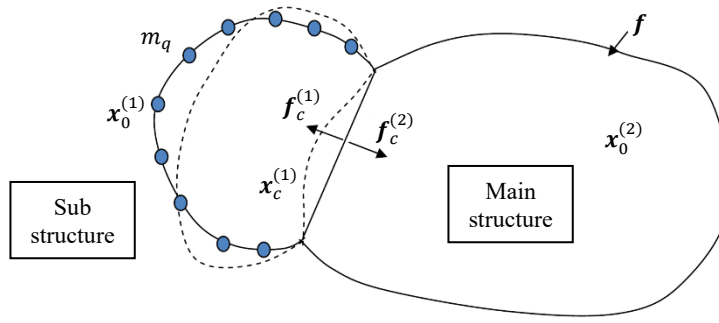


Fig. 9 Analytical model of coupled structure.

2.1.1 結合点の変位による従構造の非拘束点の変位

従構造の結合点に力 $f_{cs}^{(1)}$ を作用させて $x_{cs}^{(1)}$ だけ変位させた場合、従構造の静変形の関係式は、有限要素法による定式化を用いれば次式で表わされる。

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{1c} \\ K_{c1} & K_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_{0s}^{(1)} \\ x_{cs}^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ f_{cs}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $x_{0s}^{(1)}$ は結合力が作用した際の従構造の非結合点の静的変位を表す。

1 行目の関係式より次式が得られる。 R は結合点の変位に対する影響係数行列であり、各列要素 r_s は結合点の自由度に単位変位 1.0 を与えた場合の非拘束点の変位ベクトルである。

$$\mathbf{x}_{0s}^{(1)} = -\mathbf{K}_{11}^{-1}\mathbf{K}_{1c}\mathbf{x}_{cs}^{(1)} = \mathbf{R}\mathbf{x}_{cs}^{(1)} \quad \text{where} \quad \mathbf{R} = -\mathbf{K}_{11}^{-1}\mathbf{K}_{1c} = [\cdots \quad \mathbf{r}_s \quad \cdots] \quad (2)$$

2.1.2 結合点を拘束した場合の従構造の固有振動特性

結合点を拘束した場合の従構造の運動方程式は次式で与えられる.

$$\mathbf{M}_{11}\ddot{\mathbf{x}}_0^{(1)} + \mathbf{K}_{11}\mathbf{x}_1^{(1)} = \mathbf{0} \quad (3)$$

固有値解析を行えば固有角周波数 ω_{1n} と振動モード $\boldsymbol{\phi}_{0n}^{(1)}$ が得られ, さらに次の直交性も成立する.

$$\boldsymbol{\Phi}_1^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}_1 = \tilde{\mathbf{M}}_1 = \begin{bmatrix} \ddots & & \mathbf{0} \\ & \tilde{m}_{1n} & \\ \mathbf{0} & & \ddots \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Phi}_1^t \mathbf{K}_{11} \boldsymbol{\Phi}_1 = \tilde{\mathbf{K}}_1 = \begin{bmatrix} \ddots & & \mathbf{0} \\ & \tilde{m}_{1n}\omega_{1n}^2 & \\ \mathbf{0} & & \ddots \end{bmatrix} \quad (4)$$

2.1.3 主構造の固有振動特性

結合点を拘束しない状態の主構造の運動方程式は次式で与えられる.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{cc}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_0^{(2)} \\ \ddot{\mathbf{x}}_c^{(2)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{22} & \mathbf{K}_{2c} \\ \mathbf{K}_{c2} & \mathbf{K}_{cc}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_0^{(2)} \\ \mathbf{x}_c^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

主構造の固有振動モードと有効質量および直交性を次式で表す.

$$\boldsymbol{\Phi}_2^t \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{cc}^{(2)} \end{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_2 = \tilde{\mathbf{M}}_2 = \begin{bmatrix} \ddots & & \mathbf{0} \\ & \tilde{m}_{2l} & \\ \mathbf{0} & & \ddots \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\Phi}_2^t \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{22} & \mathbf{K}_{2c} \\ \mathbf{K}_{c2} & \mathbf{K}_{cc}^{(2)} \end{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_2 = \tilde{\mathbf{K}}_2 = \begin{bmatrix} \ddots & & \mathbf{0} \\ & \tilde{m}_{2l}\omega_{2l}^2 & \\ \mathbf{0} & & \ddots \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.1.4 連成振動系の運動方程式

結合点に力 $\mathbf{f}_c^{(1)}$ が作用した場合の従構造の運動方程式は次式で表わされる.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{cc}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_0^{(1)} \\ \ddot{\mathbf{x}}_c^{(1)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{1c} \\ \mathbf{K}_{c1} & \mathbf{K}_{cc}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_0^{(1)} \\ \mathbf{x}_c^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_c^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

従構造の結合点以外の自由度の変位 $\mathbf{x}_0^{(1)}$ は、結合点に主構造の変形に対応する強制変位を与えた時の静的変形成分 $\mathbf{R}\mathbf{x}_c^{(2)}$ と、主構造との結合点を拘束した状態での弾性変形成分 \mathbf{x}_1 の線形和で表わすと仮定し、次式で表す。

$$\mathbf{x}_0^{(1)} = \mathbf{x}_1 + \mathbf{R}\mathbf{x}_c^{(2)} \quad (9)$$

式(9)を式(8)に代入し、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{cc}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{R}\ddot{\mathbf{x}}_c^{(2)} \\ \ddot{\mathbf{x}}_c^{(1)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{1c} \\ \mathbf{K}_{c1} & \mathbf{K}_{cc}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_1 + \mathbf{R}\mathbf{x}_c^{(2)} \\ \mathbf{x}_c^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_c^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

一方、外力 \mathbf{f} と結合部からの反力 $\mathbf{f}_c^{(2)}$ が作用する主構造の運動方程式は次式で表わされる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{cc}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_0^{(2)} \\ \ddot{\mathbf{x}}_c^{(2)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{22} & \mathbf{K}_{2c} \\ \mathbf{K}_{c2} & \mathbf{K}_{cc}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_0^{(2)} \\ \mathbf{x}_c^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{f}_c^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f} \\ -\mathbf{f}_c^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

ここで、従構造と主構造の弾性振動変位を次式のように固有振動モードの線形結合で近似する。

$$\mathbf{x}_1 = \Phi_1 \mathbf{q}_1 \quad (12)$$

$$\mathbf{x}_2 = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_0^{(2)} \\ \mathbf{x}_c^{(2)} \end{Bmatrix} = \Phi_2 \mathbf{q}_2 = \begin{Bmatrix} \Phi_0^{(2)} \\ \Phi_c^{(2)} \end{Bmatrix} \mathbf{q}_2 \quad (13)$$

式(12), (13)を式(10), (11)に代入し、更に左から固有モード行列 Φ_1^t , Φ_2^t をかけ連立させると、次のモード座標で表現した連成運動方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_1 & \mathbf{Q}^t \\ \mathbf{Q} & \tilde{\mathbf{M}}_2 + \mathbf{P} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_1 \\ \ddot{\mathbf{q}}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{K}}_2 + \mathbf{G} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \Phi_0^{(2)t} \mathbf{f} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

ここで次のように \mathbf{P} , \mathbf{Q} , \mathbf{G} を定義する。

$$\mathbf{P} = \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)t} \mathbf{M}_{cc}^{(1)} \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)} + \left(\mathbf{R} \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)} \right)^t \mathbf{M}_{11} \mathbf{R} \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)} \quad (15)$$

$$\mathbf{Q} = \left(\mathbf{R} \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)} \right)^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}_1 \quad (16)$$

$$\mathbf{G} = \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)t} \left(\mathbf{K}_{c1} \mathbf{R} + \mathbf{K}_{cc}^{(1)} \right) \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)} \quad (17)$$

\mathbf{P} は主構造の結合点の振動 $\boldsymbol{\Phi}_c^{(2)}$ によって、従構造が主構造から受ける強制変形による運動エネルギーに対応する。 $\mathbf{Q} = [Q_{ln}]$, $Q_{ln} = \boldsymbol{\phi}_{0n}^{(1)t} \mathbf{M}_{11} \mathbf{R} \boldsymbol{\phi}_{cl}^{(2)}$ は主構造の結合点の振動 $\boldsymbol{\Phi}_c^{(2)}$ によって、従構造が主構造から受ける強制変形 $\mathbf{R} \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)}$ による慣性力 $\mathbf{M}_{11} \mathbf{R} \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)}$ が、従構造の弾性振動変位 $\boldsymbol{\Phi}_1$ に対してなす仕事に対応する。 \mathbf{Q} の各値は主構造の第 l 次モードが従構造の第 n 次モードを励起する大きさを表すので、本報告では刺激係数と呼ぶ。慣性力 $\mathbf{M}_{11} \mathbf{R} \boldsymbol{\phi}_{cl}^{(2)}$ と固有モード $\boldsymbol{\phi}_{0n}^{(1)}$ の内積で表わされるため、慣性力と固有モードの形状が類似していると \mathbf{Q} の値が大きくなる。 \mathbf{G} は主構造の振動により生じる反力が結合部の変位に対してなした仕事（ひずみエネルギー）に対応する。

また、連成振動系の固有角周波数、振動モードは次式の固有値解析で与えられる。

$$\left\{ -\omega^2 \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_1 & \mathbf{Q}^t \\ \mathbf{Q} & \tilde{\mathbf{M}}_2 + \mathbf{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{K}}_2 + \mathbf{G} \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

2.2 半拘束モード合成法による連成振動解析法の妥当性検証

本研究で提案した半拘束モード合成法の妥当性を，主構造と従構造の連成系である箱型モデルの FEM 解析結果と比較することで検証する．表 2 に箱型モデルの物性値を，図 10 に FEM モデルを示す．箱型モデルは，主構造であるボックス部と従構造であるカバー部から成り，カバー部はボックス部に 4 つのボルトで結合されている．この箱型モデルの FEM モデルの妥当性は，実構造の加振試験結果との比較により確認されている．

Table2 Model parameters of Box and Cover.

	Box	Cover
Young's modulus [GPa]	180	73
Poisson ratio [-]	0.23	0.35
Density [kg/m ³]	7460	2700
Dimensions [mm]	308×192×150	160×90×30
Thickness [mm]	8.0	2.0
Loss factor [-]	0.001 (const)	
Number of grids	2012	1407
Number of modes (~5000Hz)	47	14

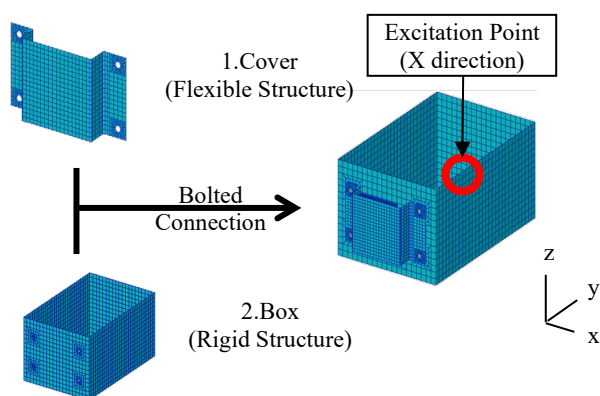


Fig. 10 FEM Model of Box+Cover.

2.2.1 固有振動数とモード形状

図 11 および表 3 に半拘束モード合成法による固有振動数の計算結果と連成系 FEM モデルの解析結果の比較を示す．また図 12～17 にそれぞれの振動モード形状の比較を示す．2つの方法による固有振動数の計算誤差は剛体モードを除き 2%以内であり，モード形状も概ね一致している．

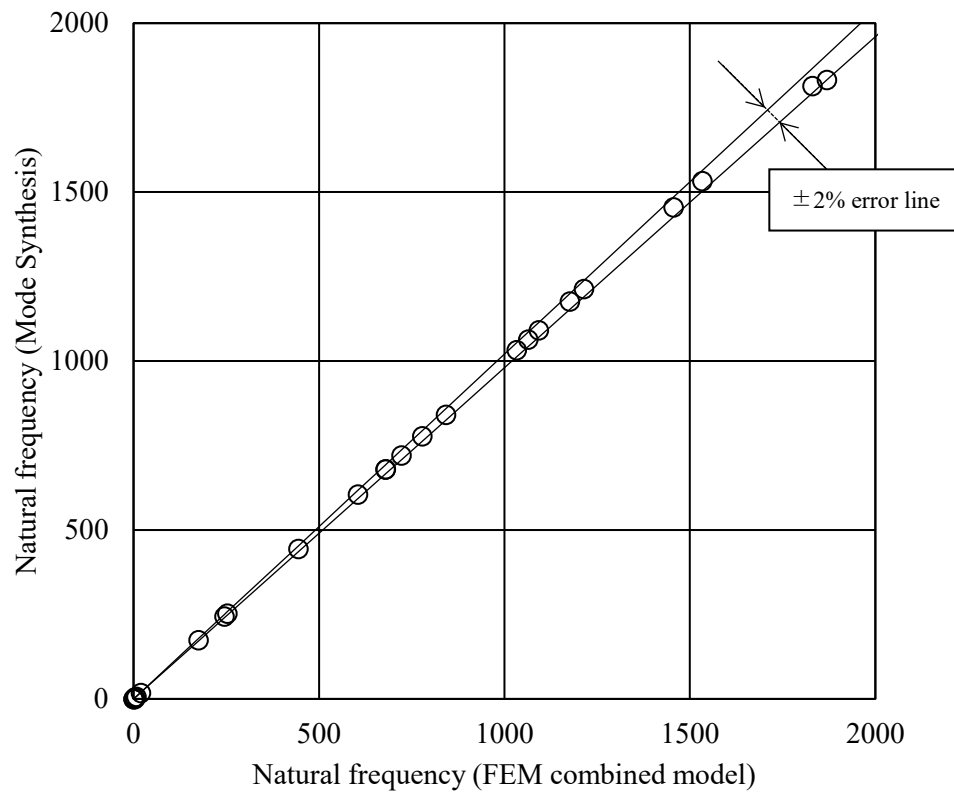


Fig.11 Comparison of calculated natural frequency between Mode Synthesis and FEM combined model

Table3 Comparison of natural frequency between Mode Synthesis and FEM combined model

Mode No.	Natural Frequency [Hz]		Error [%]
	Mode Synthesis	FEM Combined model	
1	0	0	-
2	0	0	-
3	0	2.83	-
4	4.03	3.5	15.1
5	6.39	7.46	-14.3
6	17.7	19.4	-8.8
7	174	175	-0.6
8	244	245	-0.4
9	253	253	0.0
10	444	444	0.0
11	605	605	0.0
12	679	679	0.0
13	680	680	0.0
14	721	722	-0.1
15	777	778	-0.1
16	841	842	-0.1
17	1032	1033	-0.1
18	1064	1064	0.0
19	1091	1092	-0.1
20	1176	1176	0.0
21	1213	1214	-0.1
22	1455	1456	-0.1
23	1533	1533	0.0
24	1814	1830	-0.9
25	1832	1869	-2.0

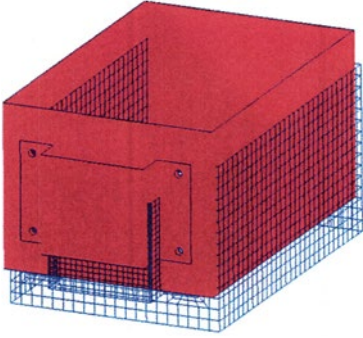
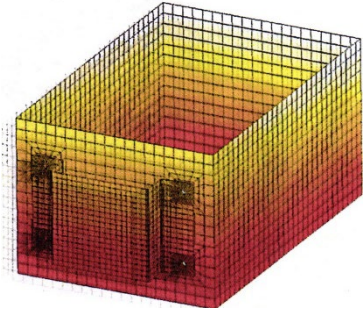
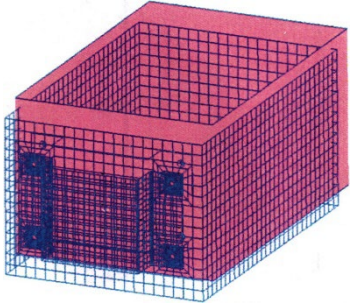
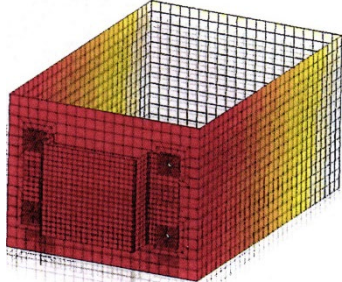
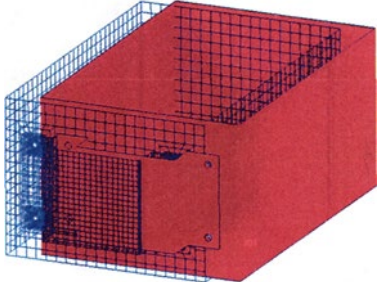
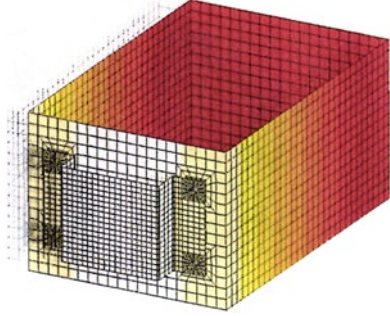
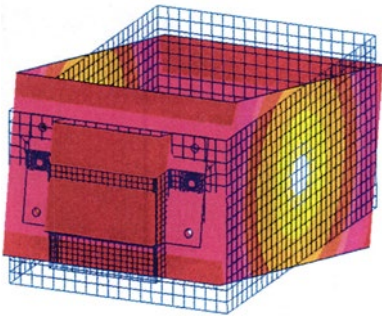
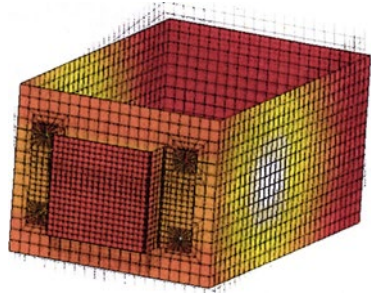
Mode number	FEM combined model	Mode synthesis
1		
2		
3		
4		

Fig.12 Comparison of calculated modeshape of Box+Cover between FEM combined model and Mode synthesis

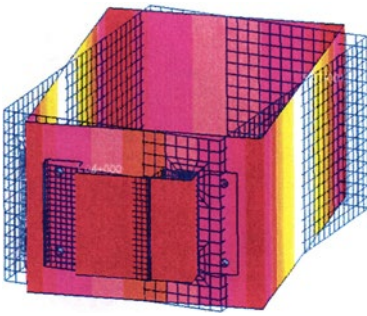
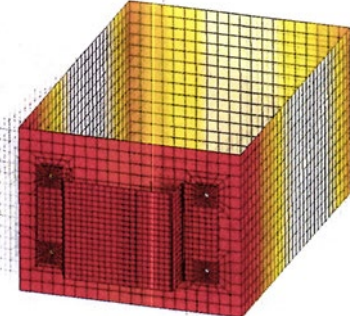
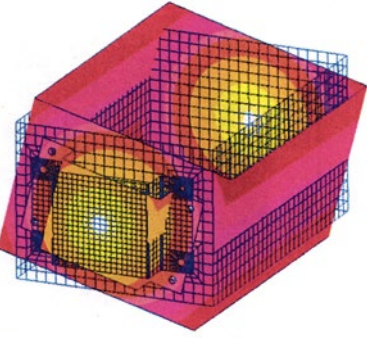
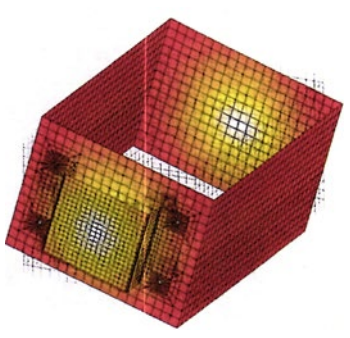
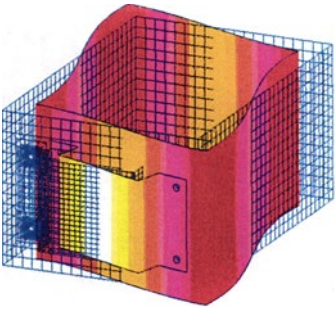
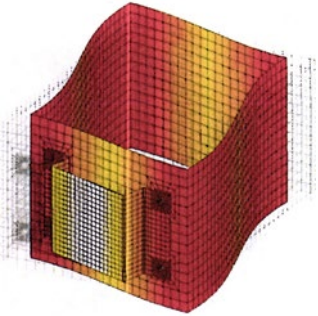
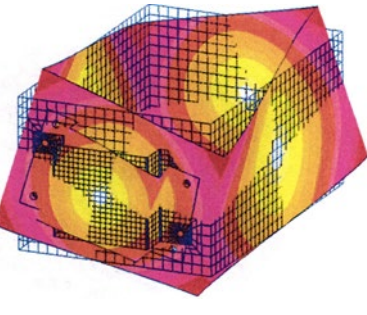
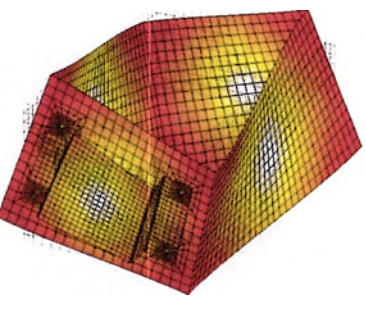
Mode number	FEM combined model	Mode synthesis
5		
6		
7		
8		

Fig.13 Comparison of calculated modeshape of Box+Cover between FEM combined model and Mode synthesis

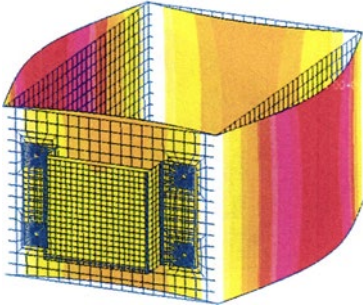
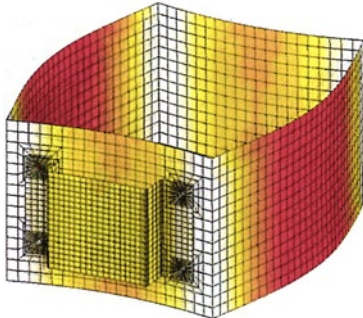
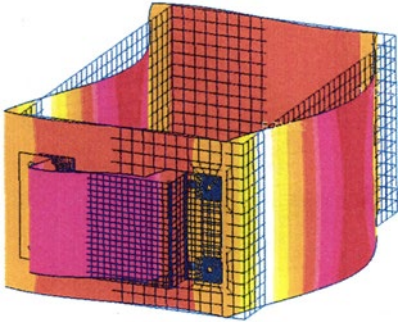
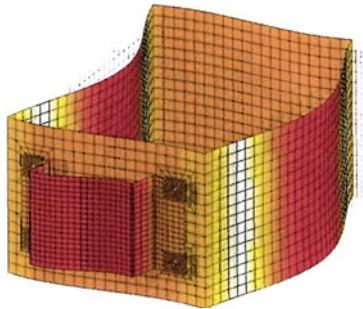
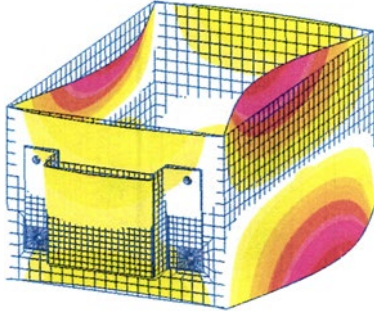
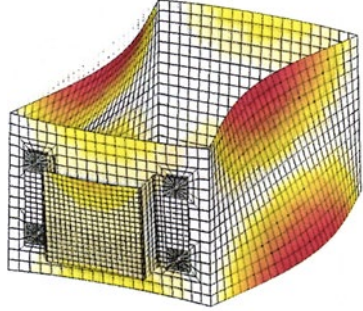
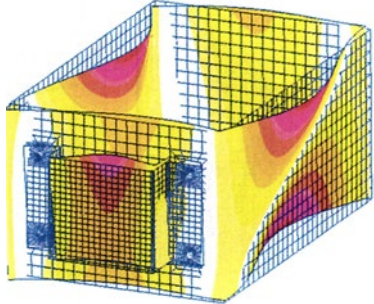
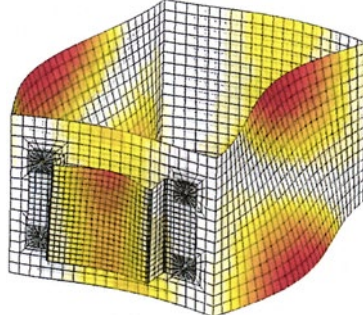
Mode number	FEM combined model	Mode synthesis
9		
10		
11		
12		

Fig.14 Comparison of calculated modeshape of Box+Cover between FEM combined model and Mode synthesis

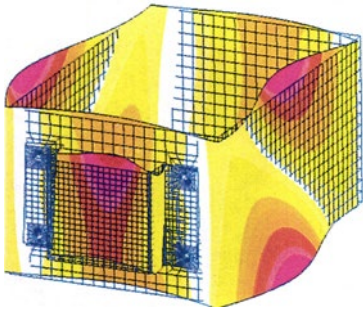
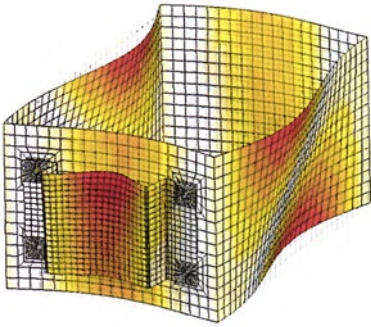
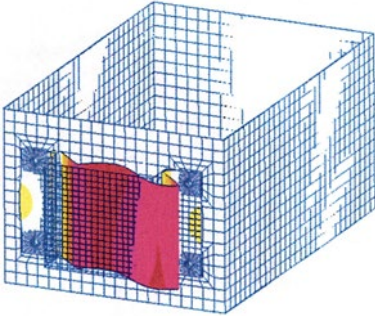
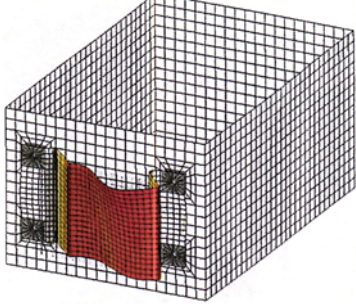
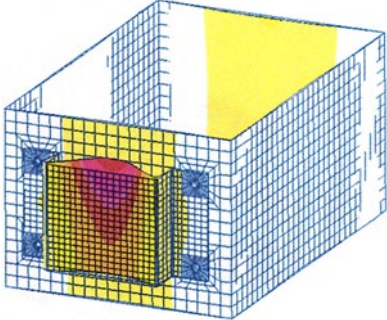
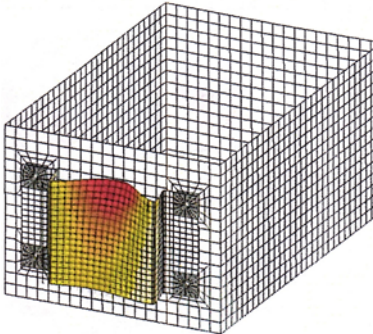
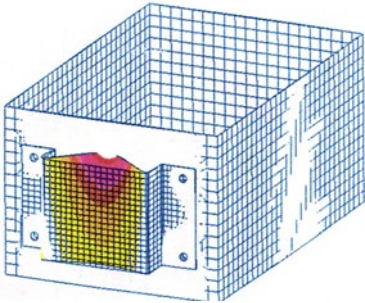
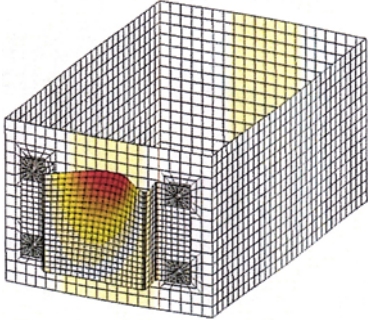
Mode number	FEM combined model	Mode synthesis
13		
14		
15		
16		

Fig.15 Comparison of calculated modeshape of Box+Cover between FEM combined model and Mode synthesis

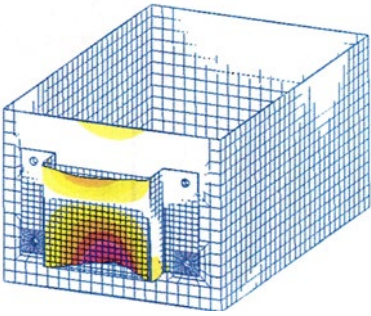
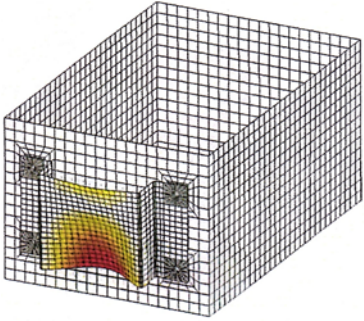
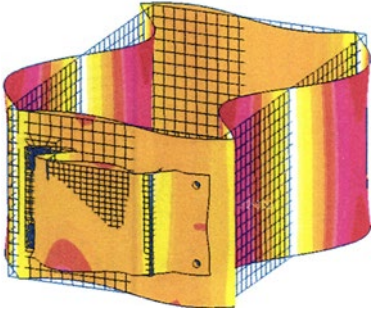
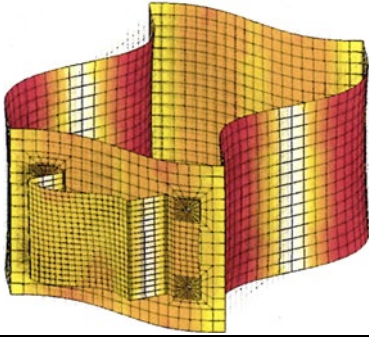
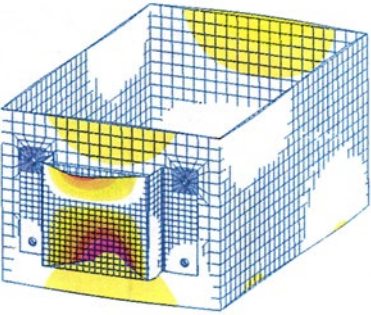
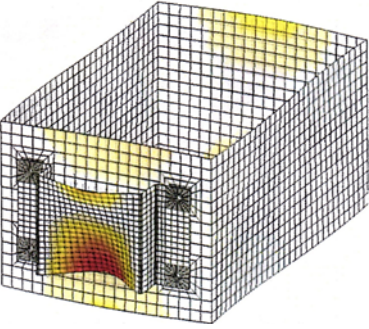
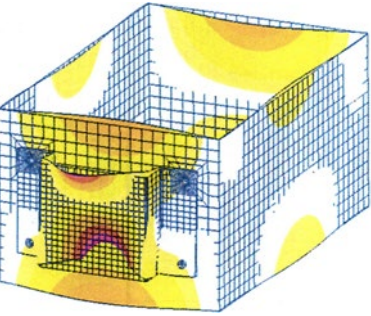
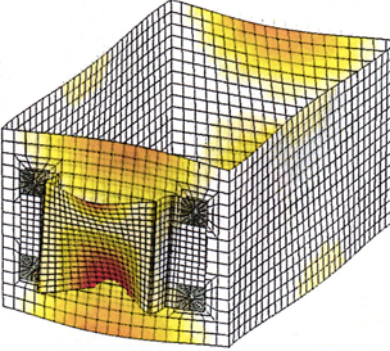
Mode number	FEM combined model	Mode synthesis
17		
18		
19		
20		

Fig.16 Comparison of calculated modeshape of Box+Cover between FEM combined model and Mode synthesis

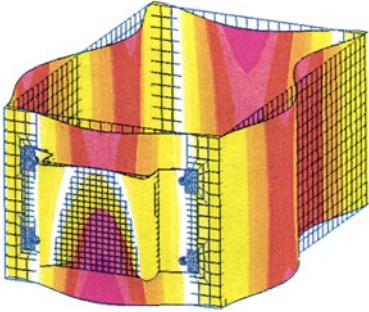
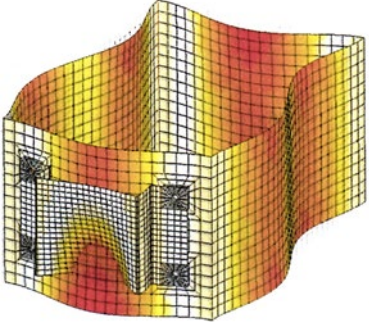
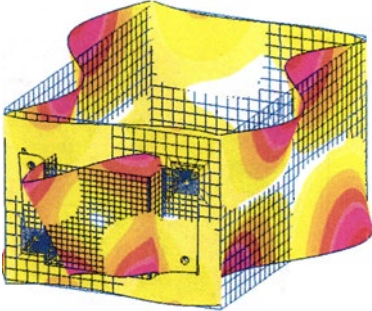
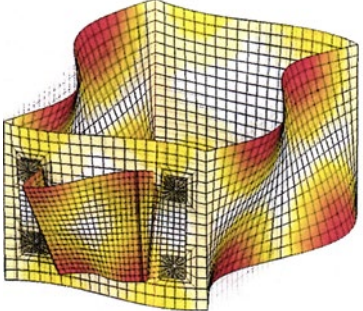
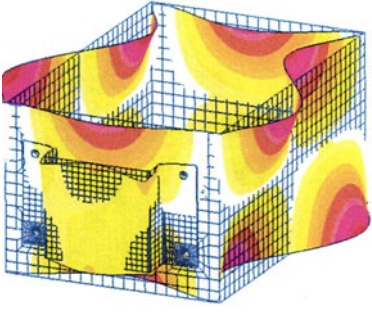
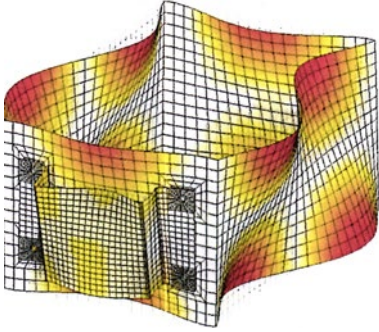
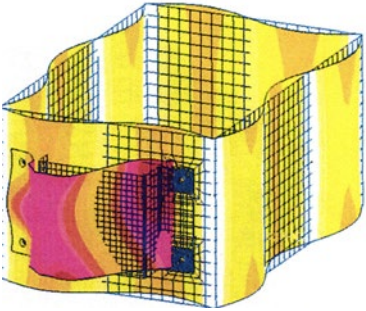
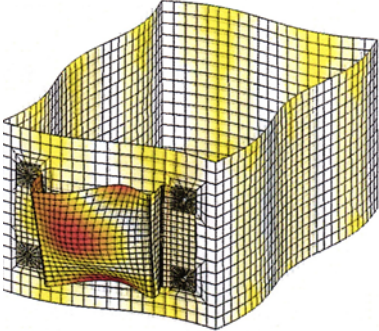
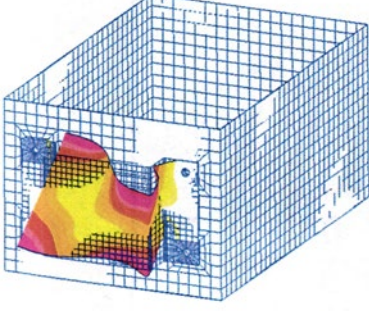
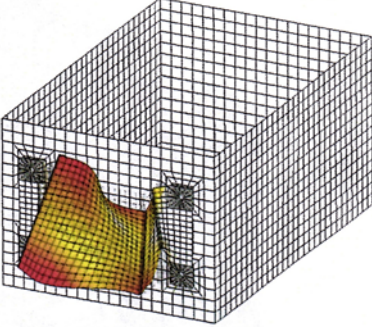
Mode number	FEM combined model	Mode synthesis
21		
22		
23		
24		
25		

Fig.17 Comparison of calculated modeshape of Box+Cover between FEM combined model and Mode synthesis

2.2.2 二乗平均速度の比較

連成系 FEM モデルについて、外力 \mathbf{f} が作用した時のモード応答は次式で計算できる。

$$\tilde{\mathbf{M}}_{\text{com}} \ddot{\mathbf{x}}_{\text{com}} + \tilde{\mathbf{C}}_{\text{com}} \dot{\mathbf{x}}_{\text{com}} + \tilde{\mathbf{K}}_{\text{com}} \mathbf{x}_{\text{com}} = \boldsymbol{\phi}_{\text{com}} \mathbf{f} \quad (19)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}_{\text{com}} = \text{diag}[\cdots \quad \tilde{m}_n \quad \cdots] \quad (20)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_{\text{com}} = \text{diag}[\cdots \quad \eta_n \tilde{m}_n \omega_n \quad \cdots] \quad (21)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{\text{com}} = \text{diag}[\cdots \quad \tilde{m}_n \omega_n^2 \quad \cdots] \quad (22)$$

ここで添え字 com は連成系モデルを表す。

式(19)において外力 \mathbf{f} を第 q 自由度への単位加振とすると、第 n 次モードのモード応答は次のように表される。

$$\dot{x}_{\text{com},n} = \frac{j\omega \phi_{n,q}}{\tilde{m}_n \{\omega_n^2 - \omega^2 + \eta_n \omega_n \omega\}} \quad (23)$$

第 r 自由度における速度及び従構造の二乗平均速度は次のようになる。

$$v_{\text{com},r} = \sum_n^N \dot{x}_{\text{com},n} \phi_{n,r} \quad (24)$$

$$\langle v_{\text{com}}^2 \rangle = \sum_r |v_{\text{com},r}|^2 S_r / S_{\text{all}} \quad (25)$$

式(24)で示す二乗平均速度について、モード合成法による連成系の従構造(カバー部)と連成系 FEM モデルの従構造(カバー部)の比較を行う。加振点は図 10 に示す位置にて単位加振を与えた。また損失係数は表 2 に記載の通り $\eta = 0.01$ (一定) とした。図 18 に従構造(カバー部)の二乗平均速度の計算結果を示す。図のようにピークの位置および高さがほとんどのピークにおいて等しいことがわかる。固有振動数、モード形状、二乗平均速度のピークが一致していることから、半拘束モード合成法による主構造と従構造の連成振動解析法が十分な精度を持つと考えられる。

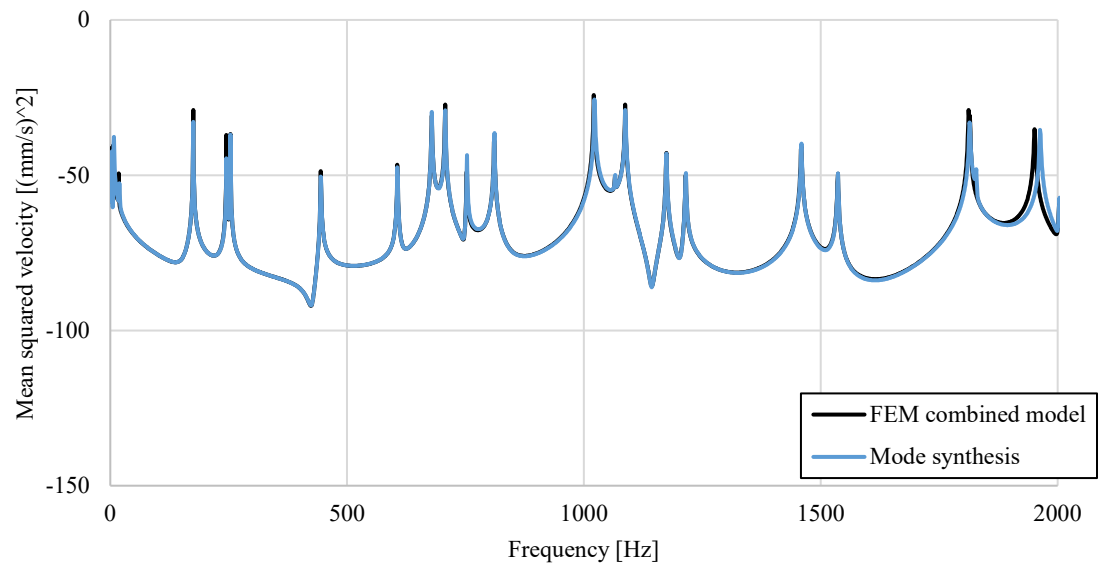


Fig.18 Comparison of mean squared velocity in cover between FEM combined model and Mode synthesis

2.3 モーダルエネルギー伝搬解析法

2.3.1 各構造の減衰特性

2.1 節で述べた連成振動方程式を用いて、モーダルエネルギー伝搬解析法の定式化を行う。本解析法は、単位時間あたりの振動エネルギーである振動パワーを対象としている。

まず、減衰のない振動系では振動パワーフローは生じないので、主・従構造それぞれの減衰を考慮する。本研究では、次式に示すように剛性行列を複素数で表示してその虚部に減衰項を導入する。 η_{1n} , η_{2l} はそれぞれ従構造、主構造のモードごとの損失係数である。

$$\tilde{\mathbf{K}}_1 = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & \tilde{m}_{1n}\omega_{1n}^2(1+j\eta_{1n}) & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{K}}_2 = \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & \tilde{m}_{2l}\omega_{2l}^2(1+j\eta_{2l}) & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} \quad (26)$$

また \mathbf{G} についても $(\mathbf{I} + j\boldsymbol{\eta}_1)\mathbf{G}$ で置き換える。ここで $\boldsymbol{\eta}_1$ は結合部のひずみエネルギーに起因した、主構造における結合部の固有振動モードごとの損失係数を表す行列であり、 \mathbf{I} は単位行列である。なお以下では置き換え後の $(\mathbf{I} + j\boldsymbol{\eta}_1)\mathbf{G}$ を改めて \mathbf{G} と表わす。式(26)の減衰項を考慮し、式(18)を解くことで、角周波数 ω における複素モード応答 \mathbf{q}_1 , \mathbf{q}_2 を求めることができる。

2.3.2 振動パワーフロー平衡式の定式化

式(14)の連成振動方程式と各構造の速度応答の積の実部をとることで、角周波数 ω の周期外力が作用する場合の振動パワーフロー平衡式を導出する。式(14)に主構造と従構造それぞれの速度応答 $\dot{\mathbf{q}}_1^{*t}(\omega)$, $\dot{\mathbf{q}}_2^{*t}(\omega)$ を乗じ、実部をとると、次のようになる。

$$\text{Re} \left\langle \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1^{*t} \tilde{\mathbf{M}}_1 & \dot{\mathbf{q}}_1^{*t} \mathbf{Q}^t \\ \dot{\mathbf{q}}_2^{*t} \mathbf{Q} & \dot{\mathbf{q}}_2^{*t} (\tilde{\mathbf{M}}_2 + \mathbf{P}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_1 \\ \ddot{\mathbf{q}}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1^{*t} \tilde{\mathbf{K}}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dot{\mathbf{q}}_2^{*t} (\tilde{\mathbf{K}}_2 + \mathbf{G}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \end{Bmatrix} \right\rangle = \text{Re} \left\langle \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{\mathbf{q}}_2^{*t} \boldsymbol{\Phi}_0^{(2)t} \mathbf{f} \end{Bmatrix} \right\rangle \quad (27)$$

$\mathbf{q}_1 = \bar{\mathbf{q}}_1 e^{i\omega t}$, $\mathbf{q}_2 = \bar{\mathbf{q}}_2 e^{i\omega t}$, $\mathbf{f} = \bar{\mathbf{f}} e^{i\omega t}$ とおくと、次式を得る。なお、以降では $\bar{\mathbf{q}}_i$ 等の $^-$ は省略する。

$$\text{Re} \left\langle \begin{Bmatrix} -j\omega \mathbf{q}_1^{*t} (-\omega^2 \tilde{\mathbf{M}}_1 + \tilde{\mathbf{K}}_1) \mathbf{q}_1 - j\omega \mathbf{q}_1^{*t} (-\omega^2 \mathbf{Q}^t) \mathbf{q}_2 \\ -j\omega \mathbf{q}_2^{*t} \{-\omega^2 (\tilde{\mathbf{M}}_2 + \mathbf{P}) + \tilde{\mathbf{K}}_2 + \mathbf{G}\} \mathbf{q}_2 - j\omega \mathbf{q}_2^{*t} (-\omega^2 \mathbf{Q}) \mathbf{q}_1 \end{Bmatrix} \right\rangle = \text{Re} \left\langle \begin{Bmatrix} 0 \\ -j\omega \mathbf{q}_2^{*t} \boldsymbol{\Phi}_0^{(2)t} \mathbf{f} \end{Bmatrix} \right\rangle \quad (28)$$

以上より、振動パワーフローの平衡式を以下のように定義し、図 19 に概略図を示す。

$$\begin{Bmatrix} W_{d1} - W_{21} \\ W_{d2} - W_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ W_{02} \end{Bmatrix} \quad (29)$$

・ 消散パワー

$$W_{d1} = \text{Re}\langle -j\omega \mathbf{q}_1^{*t} (-\omega^2 \tilde{\mathbf{M}}_1 + \tilde{\mathbf{K}}_1) \mathbf{q}_1 \rangle \quad : \text{従構造で消散される振動パワー} \quad (30)$$

$$W_{d2} = \text{Re}\langle -j\omega \mathbf{q}_2^{*t} \{ -\omega^2 (\tilde{\mathbf{M}}_2 + \mathbf{P}) + \tilde{\mathbf{K}}_2 + \mathbf{G} \} \mathbf{q}_2 \rangle \quad : \text{主構造で消散される振動パワー} \quad (31)$$

・ 伝達パワー

$$W_{21} = \text{Re}\langle j\omega \mathbf{q}_1^{*t} (-\omega^2 \mathbf{Q}^t) \mathbf{q}_2 \rangle \quad : \text{主構造から従構造に流入する振動パワー} \quad (32)$$

$$= \sum_n^{N_1} \sum_l^{N_2} \text{Re}\langle j\omega q_n^{(1)*} (-\omega^2 Q_{ln}) q_l^{(2)} \rangle \quad (33)$$

$$W_{12} = \text{Re}\langle j\omega \mathbf{q}_2^{*t} (-\omega^2 \mathbf{Q}) \mathbf{q}_1 \rangle \quad : \text{従構造から主構造に流入する振動パワー} \quad (34)$$

$$= \sum_n^{N_1} \sum_l^{N_2} \text{Re}\langle j\omega q_l^{(2)*} (-\omega^2 Q_{ln}) q_n^{(1)} \rangle \quad (35)$$

・ 入力パワー

$$W_{02} = \text{Re}\langle -j\omega \mathbf{q}_2^{*t} \Phi_0^{(2)t} \mathbf{f} \rangle \quad : \text{外力により主構造に入力される振動パワー} \quad (36)$$

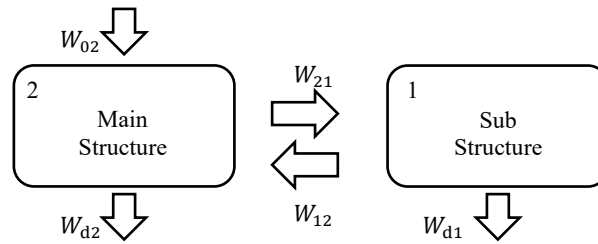


Fig.19 Vibration Power Flow.

2.4 2 自由度近法によるモード寄与度評価法

2.3.2 項では、主構造と従構造それぞれの固有モードが全て連成した時の振動パワーの計算法を示した。しかしながら実構造に本解析法を適用し、振動低減構造を検討するには、各構造の固有モードのうち伝達パワーに寄与の高い固有モードを特定することが肝要である。そこで本節では、個々の振動モードが独立した非連成の振動子と考え、図 20 のように従構造第 n 次モードと主構造の

第 l 次モードのみが連成した振動系における伝達パワーの計算理論の提案を行う．連成 2 自由度系の全ての振動モードの組み合わせの総和を取り，全モード連成時の伝達パワーを近似することで，伝達パワーに寄与の高いモード組み合わせの特定が可能となる．図 21 に，この連成 2 自由度系での伝達パワーの概略図を示す．

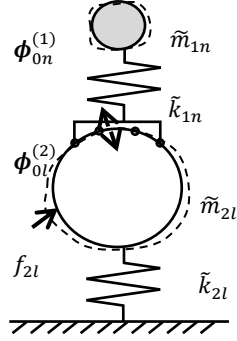


Fig. 20 Analytical model (2 degrees of freedom)

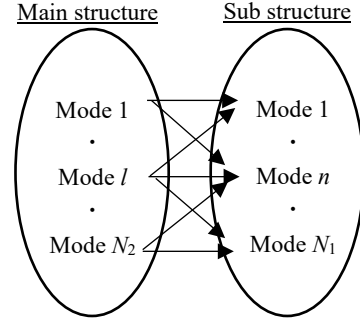


Fig. 21 Transmitted Power (2 degrees of freedom)

従構造第 n 次モードと主構造の第 l 次モードの連成振動応答を考える．主構造に外力が作用した場合の連成 2 自由度系の運動方程式は，式(14)より次のようになる．

$$\begin{bmatrix} \tilde{m}_1 & Q_{ln} \\ Q_{ln} & \tilde{m}_{2l} + P_{ll} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_{1n} \\ \ddot{q}_{2l} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{k}_{1n}(1 + j\eta_{1n}) & 0 \\ 0 & \tilde{k}_{2l}(1 + j\eta_{2l}) + G_{ll}(1 + j\eta_{2l}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{1n} \\ q_{2l} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \tilde{f}_{2l} \end{Bmatrix} \quad (37)$$

ここで， $\tilde{f}_{2l} = \phi_{0l}^{(2)t} f$

式(27)と同様に，式(37)に示す連成方程式にモード応答 $\dot{q}_{1n}^*(\omega)$ ， $\dot{q}_{2l}^*(\omega)$ を乗じ，実部を取ることで振動パワーフローの定式化を行う．よって 2 自由度系の振動パワーフローは，次のようになる．

$$\begin{aligned} & \text{Re} \left\langle \begin{bmatrix} \dot{q}_{1n}^* \tilde{m}_{1n} & \dot{q}_{1n}^* Q_{ln} \\ \dot{q}_{2l}^* Q_{ln} & \dot{q}_{2l}^* (\tilde{m}_{2l} + P_{ll}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_{1n} \\ \ddot{q}_{2l} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{q}_{1n}^* \tilde{k}_{1n}(1 + j\eta_{1n}) & 0 \\ 0 & \dot{q}_{2l}^* \{ \tilde{k}_{2l}(1 + j\eta_{2l}) + G_{ll}(1 + j\eta_{2l}) \} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{1n} \\ q_{2l} \end{Bmatrix} \right\rangle \\ & = \text{Re} \left\langle \begin{Bmatrix} 0 \\ \dot{q}_{2l}^* \tilde{f}_{2l} \end{Bmatrix} \right\rangle \end{aligned} \quad (38)$$

式を整理して次式を得る．

$$\begin{aligned}
& \text{Re} \left\langle \begin{aligned} & -j\omega q_{1n}^* \{-\omega^2 \tilde{m}_{1n} + \tilde{k}_{1n}(1 + j\eta_{1n})\} q_{1n} - j\omega q_{1n}^* (-\omega^2 Q_{ln}) q_{2l} \\ & -j\omega q_{2l}^* \{-\omega^2 (\tilde{m}_{2l} + P_{ll}) + \tilde{k}_{2l}(1 + j\eta_{2l}) + G_{ll}(1 + j\eta_{2l})\} q_{2l} - j\omega q_{2l}^* (-\omega^2 Q_{ln}) q_{1n} \end{aligned} \right\rangle \\
& = \text{Re} \left\langle \begin{aligned} & 0 \\ & -j\omega q_{2l}^* \tilde{f}_{2l} \end{aligned} \right\rangle
\end{aligned} \tag{39}$$

従って、従構造 n 次モードと主構造 l 次モードにおける振動パワーフロー平衡式は次のように表される。

$$\begin{Bmatrix} W_{d1}(n) - W_{21}(l, n) \\ W_{d2}(l) - W_{12}(n, l) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ W_{02}(l) \end{Bmatrix} \tag{40}$$

従構造第 n 次モードと主構造の第 l 次モードにおける各振動パワーは、以下のように表される。

$$W_{d1}(n) = \text{Re} \langle -j\omega q_{1n}^* \{-\omega^2 \tilde{m}_{1n} + \tilde{k}_{1n}(1 + j\eta_{1n})\} q_{1n} \rangle \tag{41}$$

$$W_{d2}(l) = \text{Re} \langle -j\omega q_{2l}^* \{-\omega^2 (\tilde{m}_{2l} + P_{ll}) + \tilde{k}_{2l}(1 + j\eta_{2l}) + G_{ll}(1 + j\eta_{2l})\} q_{2l} \rangle \tag{42}$$

$$W_{21}(l, n) = \text{Re} \langle j\omega q_{1n}^* (-\omega^2 Q_{ln}) q_{2l} \rangle \tag{43}$$

$$W_{12}(n, l) = \text{Re} \langle j\omega q_{2l}^* (-\omega^2 Q_{ln}) q_{1n} \rangle \tag{44}$$

$$W_{02}(l) = \text{Re} \langle -j\omega q_{2l}^* \tilde{f}_{2l} \rangle \tag{45}$$

ここで、主構造と従構造の振動モードの組み合わせ ($N_1 \times N_2$) 分の総和として、2 自由度近似時の伝達パワー $W_{21_2\text{dof}}$ を以下のように定義する。

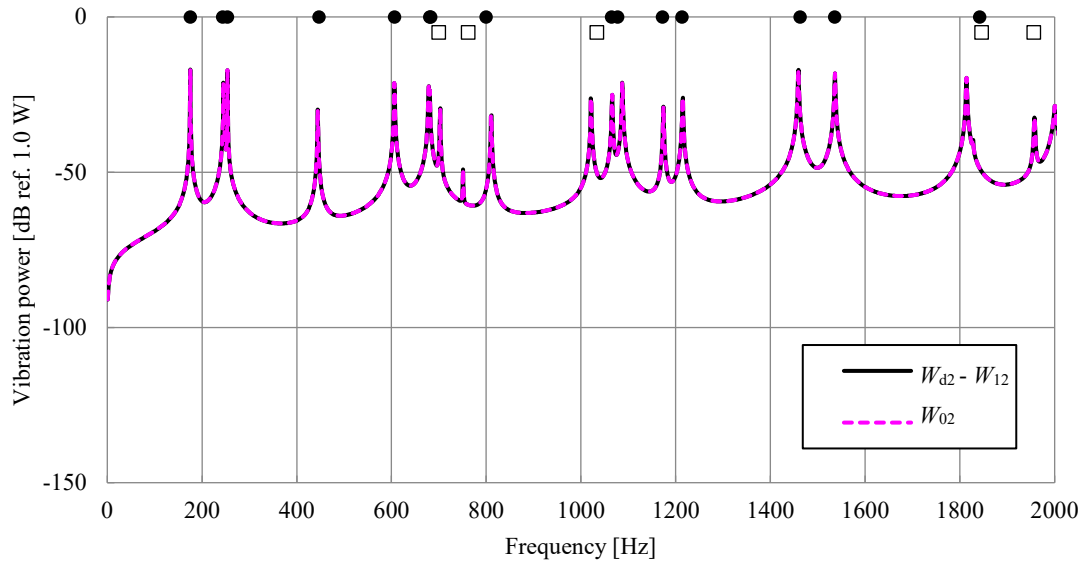
$$W_{21_2\text{dof}} = \sum_l^{N_2} \sum_n^{N_1} W_{21}(l, n) \tag{46}$$

2.5 箱型モデルを用いた理論の妥当性検証

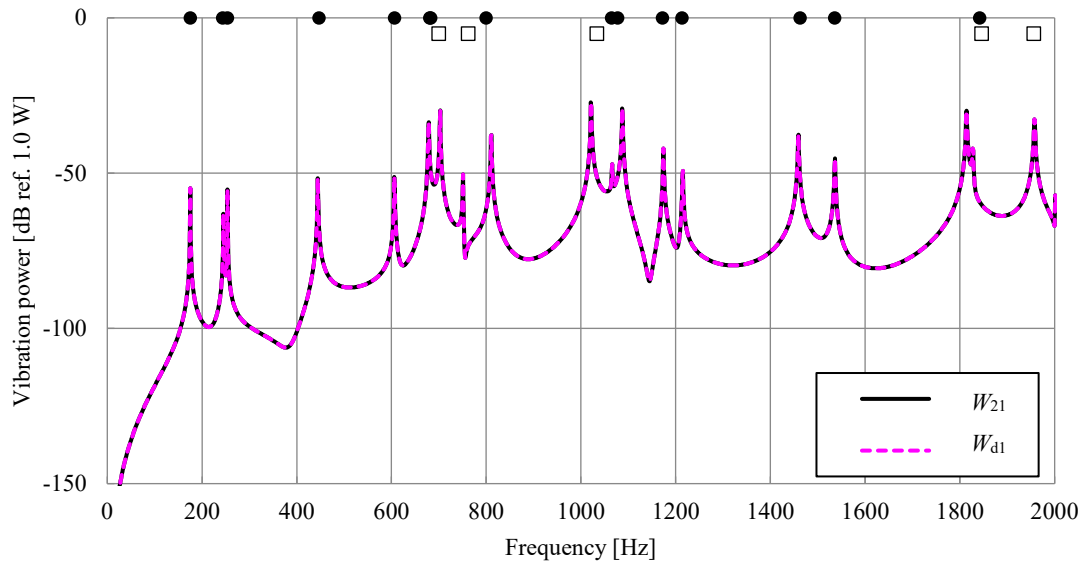
2.3 節に述べた理論式について妥当性を検証するため、主-従構造結合系の簡易構造である箱型モデルを用いて振動パワーの計算を行った。箱型モデルは 2.2 節で述べたモデルを用いた。加振力は、1~2000 Hz の範囲で主構造のみに正弦波外力 $f = 1.0 \text{ N}$ を作用させた。なお、損失係数 η は主構造、従構造ともに 0.001 で一定としている。

2.5.1 振動パワー計算結果

図 22 に式(29)で示した振動パワーフロー平衡式の第 1 行目と第 2 行目それぞれの計算結果を示す。グラフ上部の丸(●)と四角(□)で示す点は、それぞれボックス部とカバー部の単体の固有周波数を示している。外力が作用する主構造では、外力による入力パワー W_{02} に対し、減衰による消散パワー W_{d2} と従構造への伝達パワー $W_{21}(= -W_{12})$ の和が平衡しており、また従構造では主構造からの伝達パワー W_{21} と消散パワー W_{d1} が平衡している事が確認できる。



(a) input power W_{02} and difference between dissipated power W_{d2} and transmitted power W_{12}



(b) transmitted power W_{21} and dissipated power W_{d1}

Fig.22 Comparison between calculated vibration power (black filled dot shows natural frequency of Box, square shows natural frequency of Cover). It is found that the power flow between rigid and flex structures shown in Eq.(29) is well balanced.

2.5.2.2 自由度近似時の振動パワーフロー計算

図 23 に式(46)による 2 自由度近似時で求めたモード応答に基づく伝達パワーの総和 W_{21_2dof} と、式(32)の全モードを用いて計算したモード応答に基づく伝達パワー W_{21} の計算結果を示す。2 自由度近似による計算結果は、ほとんどのピークにおいて、ピーク周波数、レベルともに全モードによる

計算結果とほぼ一致していることが確認でき、2自由度近似法の妥当性が確認できる。一方 750Hz、1800Hz 付近のピークに対しては全モードによる計算結果と差異が見られ、2自由度近似法による結果はピークの数が多く、また反共振点が無いことがわかる。これらのピークはボックスとカバーの固有モードの固有振動数が近い周波数帯であり、2自由度近似法において計算対象とするモード組み合わせ以外のモードによる連成（打消し）の影響を無視することに起因すると考えられる。

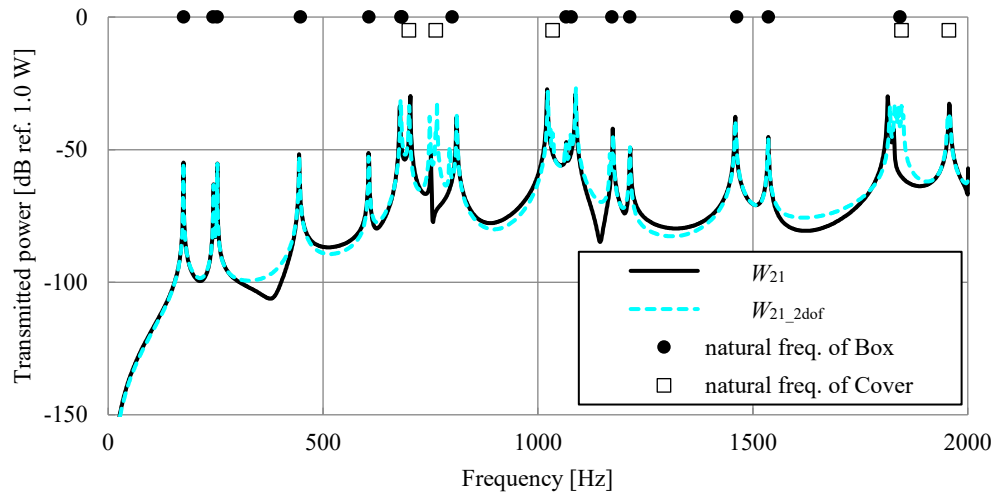


Fig. 23 Comparison of calculated transmitted power between all mode coupled W_{21} and summation of 2dof approximation W_{21_2dof} . The results of high accuracy model and approximation model based on 2 degrees of freedom are in good agreement.

2.6 モード間の伝達パワーに着目した振動低減

本節では、前節までに述べたモーダルエネルギー伝搬解析手法に基づき、モード間の伝達パワーに着目した振動低減について述べる。図 23 に示す伝達パワー W_{21} は従構造の振動を励起する振動パワーであることから、ボックスとカバーのそれぞれの固有モードが混在し、かつレベルの高い、1kHz 近傍の振動低減対策を試みた。

2.6.1 モード間の伝達パワー

図 24 に、1kHz 近傍のピークである 1023, 1088, 1174, 1214Hz に対して、2 自由度近似法により算出した主構造第 l 次モードから従構造第 n 次モードへ流れる伝達パワー $W_{21}(l, n)$ を示す。図 24(a) の 1023Hz と図 24(b) の 1088Hz に対しては、主構造第 16 次モードから従構造第 3 次モードへの伝達パワーが大きく、また図 24(c) の 1174Hz と図 24(d) の 1214Hz に対しては、主構造第 17 次モードから従構造第 2 次および第 3 次モードへの伝達パワーが大きいが、1023Hz と 1088Hz と比較して伝達パワーの絶対値が小さいことがわかる。このことについて、図 25 に示す主構造（ボックス単体）の第 16 次（1077Hz）、第 17 次（1172Hz）のモード形状を見ると、カバー取り付け面の振動モード形状は類似していることが分かるが、主構造第 17 次モードは第 16 次モードと比較して従構造（カバー単体）の第 2 次モード（761Hz）、第 3 次モード（1033Hz）と固有振動数が離れているため、1023Hz と 1088Hz に対し 1174Hz と 1214Hz は、ボックスからカバーへの伝達パワーが小さくなっていると考えられる。

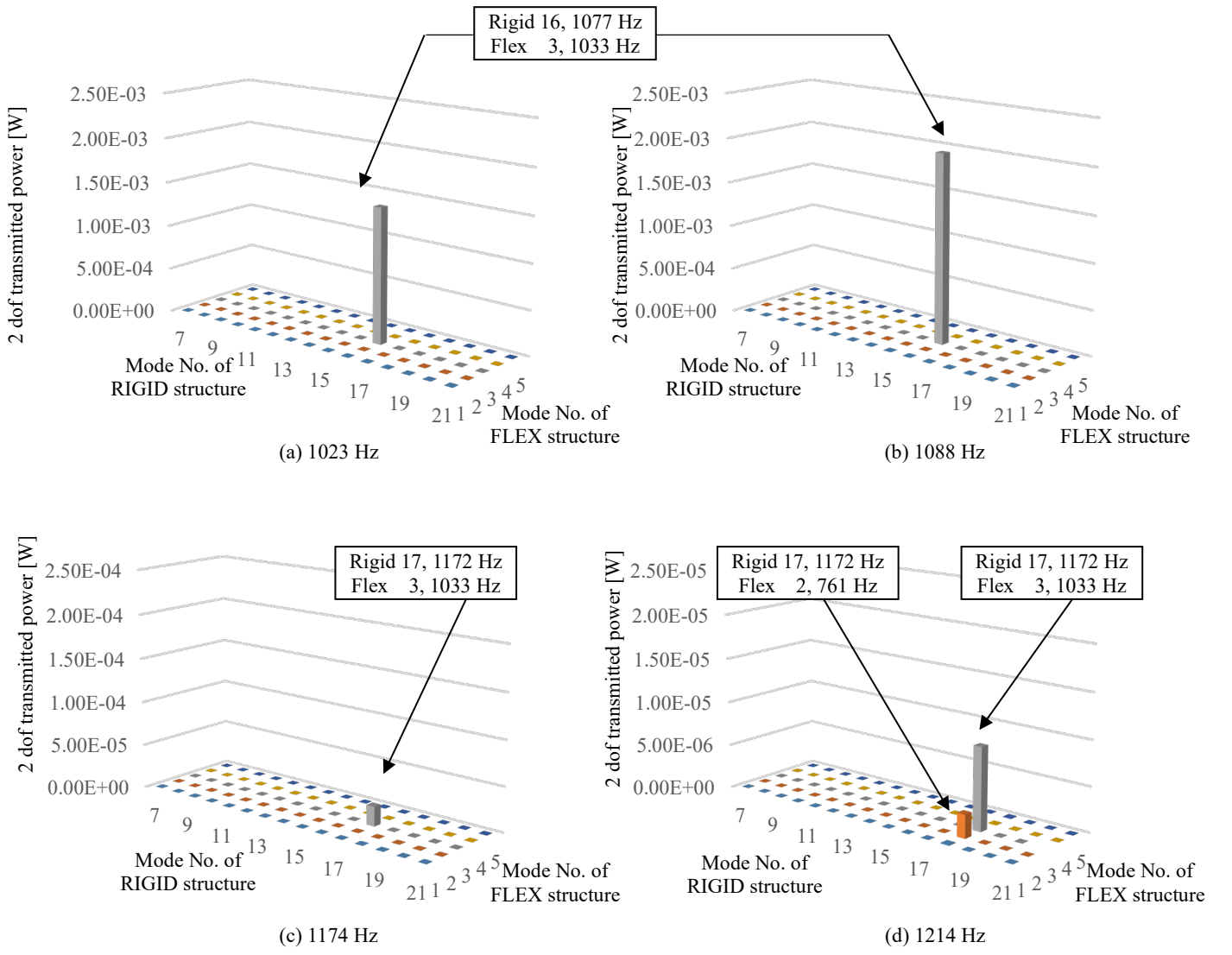


Fig. 24 2dof transmitted power $W_{21}(l,n)$ at 1023 , 1088 , 1174 , 1214 Hz. Although the 16th and 17th modes of rigid structure have similar mode shapes, the 16th mode, whose natural frequency is close to the 3rd mode of flex structure, has a larger transmitted power to flexible structure.

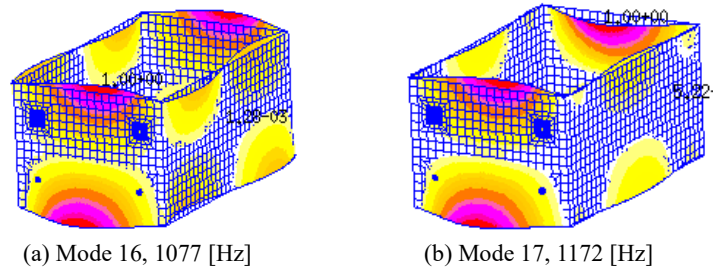


Fig. 25 Mode shapes of 16 th mode and 17 th mode of Box.

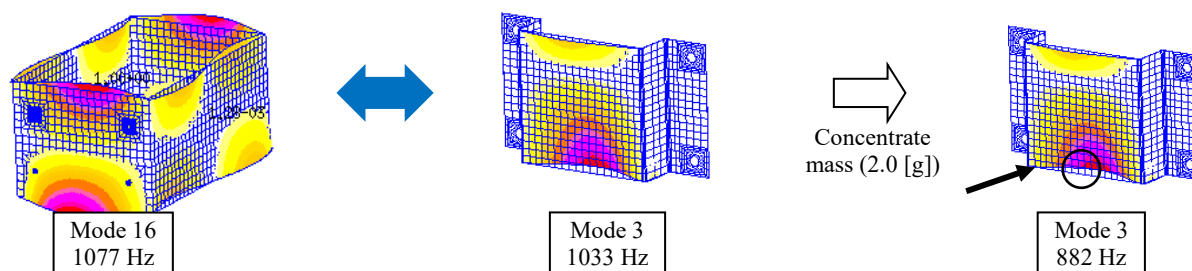


Fig. 26 Mode shapes of Box and Cover and attached point of concentrate mass.

2.6.2 質量付加による振動低減対策

伝達パワーが最大となるボックス第 16 次モードとカバー第 3 次モードの組み合わせに対し、カバーへの質量付加により固有周波数を変化させることでボックスの固有周波数と離し、伝達パワーを低減させることを検討した。図 26 に対象とした各構造の固有周波数と振動モード形状、質量付加点を示す。質量はカバー第 3 次モードの固有振動数を約 15% 下げることが狙い、有効質量から概算して変形が最も大きい部分に 2.0 g を集中質量として付加した。その結果、カバー単体の固有周波数は 1033Hz から 882Hz に低下した。

図 27 に質量付加前後の伝達パワー計算結果を示す。図中の三角 (\triangle) は質量負荷後のカバー部単体の固有周波数を示している。グラフから、質量付加により 1023Hz のピークは 4dB、1088Hz のピークは 7.5 dB 低減していることがわかる。1088Hz ピークの方がカバーの固有周波数と離れており、ボックスの強制変位のための振動応答に変化したため低減効果が大きくなったものと考えられる。一方 1174, 1214Hz のピークについては、質量付加の影響は確認できない。これは先述したカバーの固有周波数が離れていることとボックスからカバーへの伝達パワーが比較的小さいことから、ボックスのモードによりカバーが強制変位を受けて振動することにより形成されているピークであると考えられる。

最後にカバーの振動レベル低減量を確認すべく、質量付加前後でのカバー全面の二乗平均振動速度 (V^2) を比較した。図 28 に計算結果を示す。

グラフから、伝達パワーと同様に質量負荷により 1023Hz および 1088Hz のピークを低減できていることが確認できる。このことから 2 自由度近似法によりモード間の伝達パワーを評価することで伝達パワーの大きいモード組み合わせを特定し、固有周波数を離すことで、振動レベルを低減できることが確認できた。

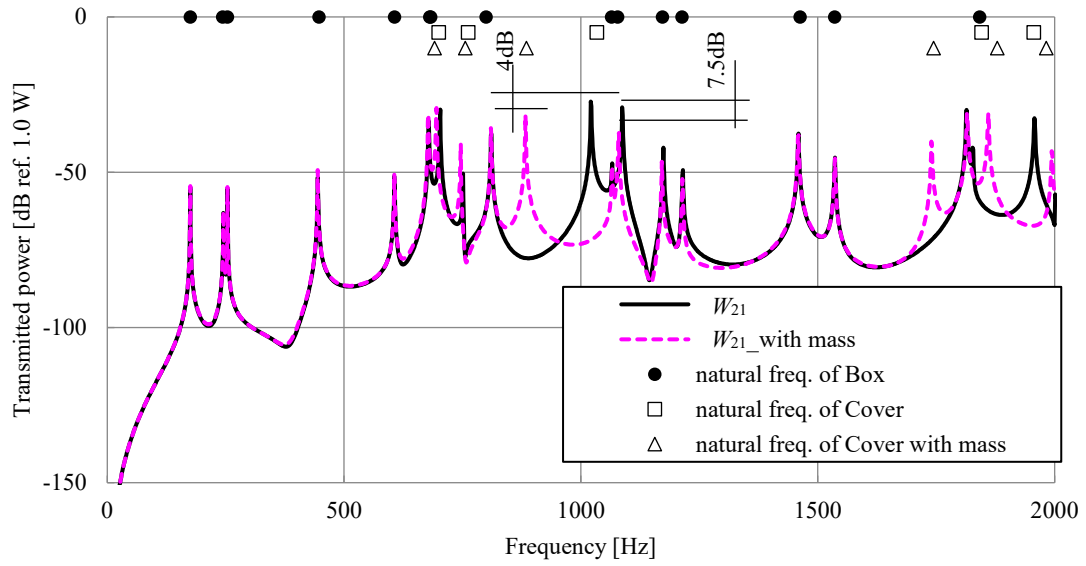


Fig. 27 Comparison of calculated transmitted power W_{21} without and with mass. The transmitted power at 1023Hz and 1088Hz was reduced by attaching a mass as a countermeasure against the 3rd mode, which has a high contribution.

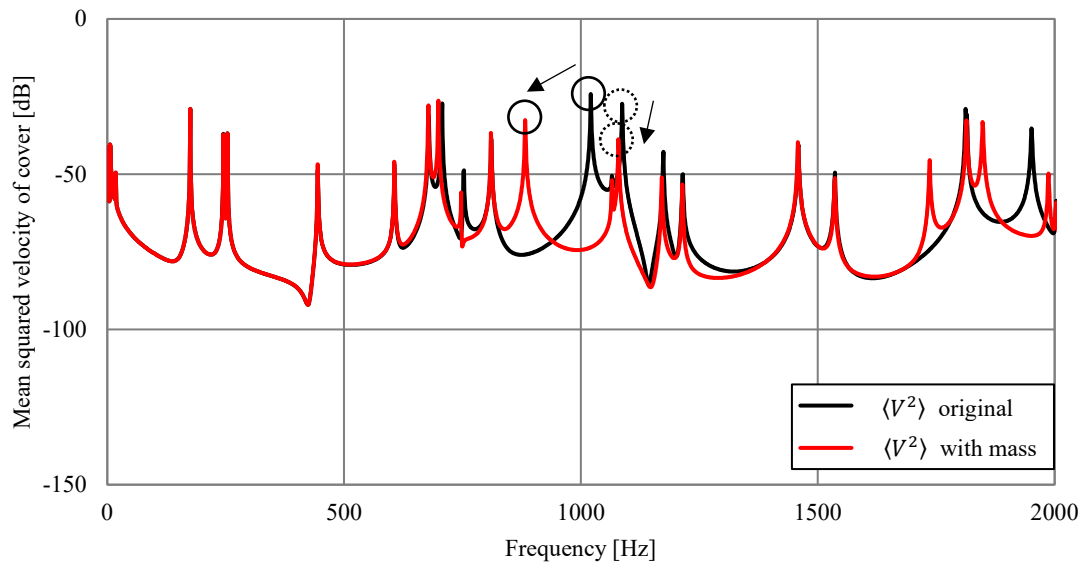


Fig. 28 Comparison of calculated mean squared velocity without and with mass. Due to the reduction of the transmitted power, the root mean squared vibration velocity of the flexible structure is also reduced.

2.7 加振試験による振動パワー計算

2.6 節では箱型モデルの FEM モデルに解析法を適用し、ボックスとカバー間を流れる伝達パワーと各構造の固有モードの関係を分析し、モード寄与度に基づいて振動低減構造案を導出した。本節では、解析から得られた結果の妥当性を検証すべく、加振試験より振動パワーを算出し、質量付加前後でのカバー部の二乗平均速度の低減効果について確認した。

2.7.1 加振試験による振動パワー算出方法

はじめに、加振試験により入力パワーおよび各構造の消散パワーを算出するため、計算方法の整理を行った。加振試験から振動パワーを直接的に求めることは不可能であるため、振動パワーと振動エネルギーの関係を次のように表した。まず振動エネルギー E は運動エネルギーとひずみエネルギーの和であるため、1 自由度系の場合以下の式で表される。

$$E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 \quad (47)$$

ここで m は質量、 k は剛性、 x は変位である。

運動エネルギーとひずみエネルギーは共振時では等しくなり、また共振時の値が支配的であるため、共振時における振動エネルギーは以下のように近似できる。

$$E = m\dot{x}^2 \quad (48)$$

ここで主構造、従構造それぞれの振動エネルギー E の計算式について考える。板構造の場合を考え、単位要素面積当たりの質量を m_q 、単位要素面積を ds_q とすると、

$$\begin{aligned} E(\omega) &= \iint_S m_q |\dot{x}_q(\omega)|^2 ds_q \\ &= \iint_S m_q \sum_n^N |\dot{x}_{q,n}(\omega)|^2 ds_q \\ &= \iint_S m_q \sum_n^N |\phi_n \dot{q}_n(\omega)|^2 ds_q \\ &= \dot{\mathbf{x}}^{*t} \mathbf{M} \dot{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (\Phi \dot{\mathbf{q}})^{*t} \mathbf{M} (\Phi \dot{\mathbf{q}}) \\
&= \dot{\mathbf{q}}^{*t} \tilde{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{q}}
\end{aligned} \tag{49}$$

ここで従構造の消散パワーの共振時 ($\omega = \omega_n$) について考えると, 式(30)より

$$\begin{aligned}
W_{d1}(\omega_n) &= \text{Re} \langle -j\omega_n \mathbf{q}_1^{*t} (-\omega^2 \tilde{\mathbf{M}}_1 + \tilde{\mathbf{K}}_1) \mathbf{q}_1 \rangle \\
&= \text{Re} \langle -j\omega_n \mathbf{q}_1^{*t} (j\eta \tilde{\mathbf{K}}_1) \mathbf{q}_1 \rangle \\
&= \text{Re} \langle -j\omega_n \mathbf{q}_1^{*t} (j\eta \omega_n^2 \tilde{\mathbf{M}}_1) \mathbf{q}_1 \rangle \\
&= \text{Re} \langle -j\omega_n \mathbf{q}_1^{*t} (\eta \omega_n \tilde{\mathbf{M}}_1) j\omega_n \mathbf{q}_1 \rangle \\
&= \dot{\mathbf{q}}_1^{*t} (\eta \omega_n \tilde{\mathbf{M}}_1) \dot{\mathbf{q}}_1 \\
&= \eta \omega_n E_1(\omega_n)
\end{aligned} \tag{50}$$

上記の計算式より, 消散パワーは振動エネルギー $E_1 = \dot{\mathbf{q}}_1^{*t} \tilde{\mathbf{M}}_1 \dot{\mathbf{q}}_1$ に損失係数 η と各振動数 ω_n を乗じた式となる. 消散パワーが共振時の値が支配的であることを踏まえ, 振動エネルギーから計算される従構造, 主構造の消散パワー W_{d1} , W_{d2} の計算式は以下のように定義する.

$$W_{d1}(\omega) = \eta_1 \omega E_1(\omega) \tag{51}$$

$$W_{d2}(\omega) = \eta_2 \omega E_2(\omega) \tag{52}$$

2.7.2 振動パワー収支の検証

箱型モデルにハンマリング加振試験を行い, 得られた加振力, 周波数応答関数から振動パワーを計算した. 図 29 に加振点と計測点を, 以下に実験条件を示す. なお加振試験に用いた装置は, インパルスハンマ (小野測器, GK-3100), 加速度ピックアップ (小野測器, NP-3412, NP-3414), フロントエンド (小野測器, DS-2100) である.

- ・拘束条件: free-free (スポンジ上)
- ・サンプリング点数: 8192 点
- ・周波数レンジ: $\sim 2.5\text{kHz}$
- ・平均化回数: 5 回
- ・加振点: 81 点 (Cover25 点, Box 左面 25 点, 背面 15 点, 右面 10 点, 前面 6 点)

・加速度ピックアップ：2箇所(Cover 上部, Box 左面上部)

図 30 に, 図 29 に示す加振点における加振力のパワースペクトルを示す. 式(51), (52)に基づき, 以下の式により箱型モデルへの入力パワー W_{02} , Cover 部の消散パワー W_{d1} , Box 部の消散パワー W_{d2} を算出した.

$$W_{02} = \text{Re}\langle F_j \times \dot{X}_j^* \rangle \quad (53)$$

$$W_{d1} = \sum_i^{\text{cover}} \omega \eta m_i \dot{X}_i^2 \quad (54)$$

$$W_{d2} = \sum_i^{\text{box}} \omega \eta m_i \dot{X}_i^2 \quad (55)$$

ここで, i は各計測点, j は加振点を表す.

損失係数 η は box 単体および cover 単体 (結合部拘束条件) での加振試験からハーフパワー法によりモード損失係数を算出し用いた. 表 4 および図 31 に box 単体の各固有振動数におけるモード損失係数を, 表 5 および図 32 に cover 単体のモード損失係数を示す. cover に関しては図 33 に示すように結合部をボルト締結により固定して, 結合部拘束条件での損失係数を測定した. なお実測したモード損失係数について, 振動パワーの計算にあたり固有振動数の間の周波数での値を補間すべく, 周波数に対する近似曲線を作成した. また要素質量 m_i は box, cover それぞれの質量を計測点数で除した値を用いた.

図 34 に式(53)~(55)より算出した振動パワーを, ナローバンドおよび 1/3 オクターブバンド表示でそれぞれ示す. 各ピークにおいて入力パワーと消散パワーが同等の値を取っていることがわかる. 1/3 オクターブバンドでは誤差数 dB であることが確認できる.

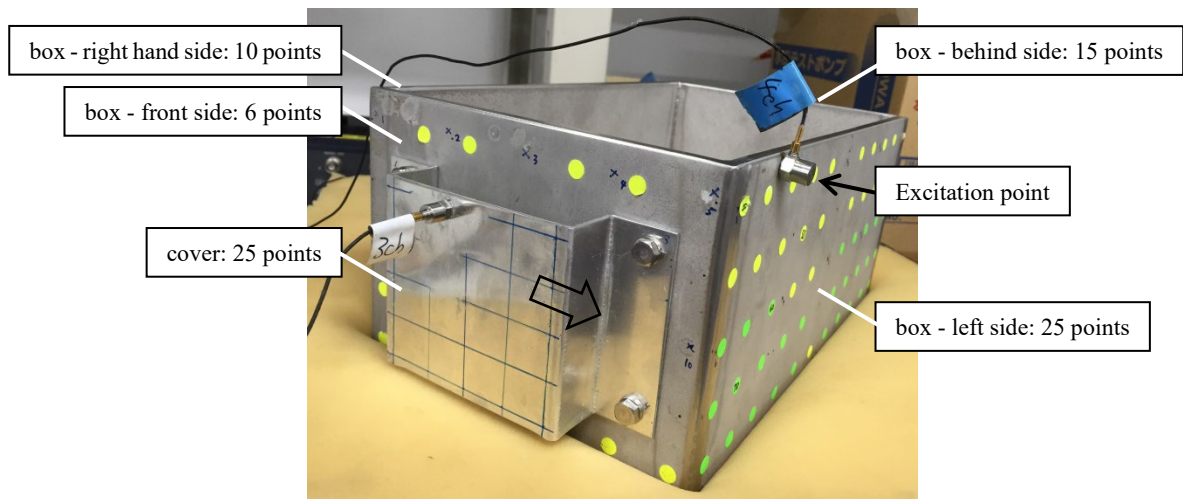


Fig.29 Measuring points of box+cover

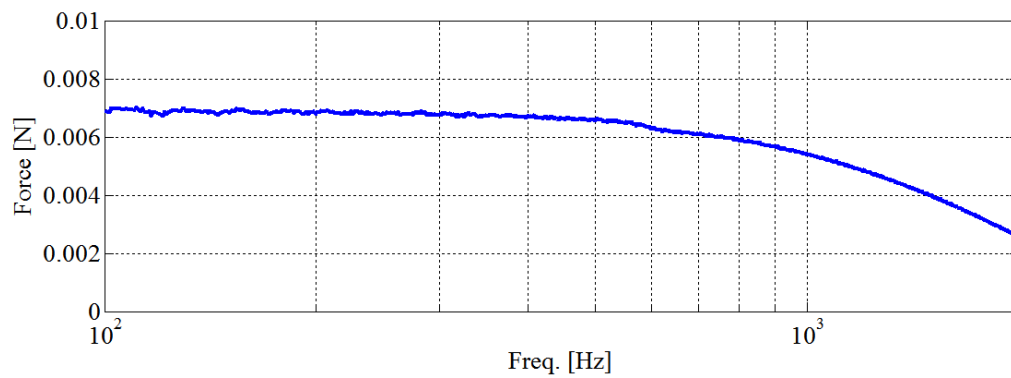
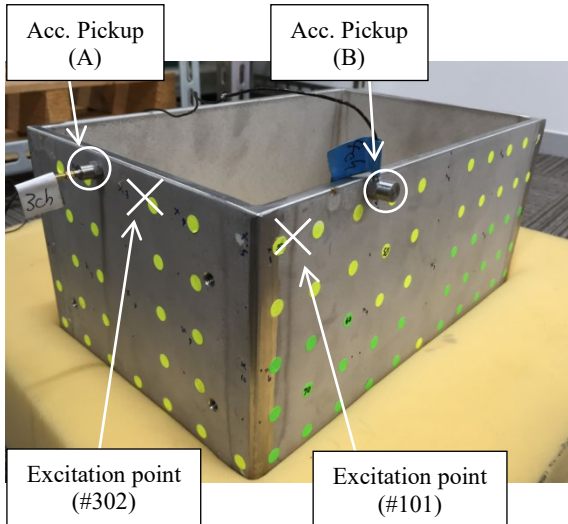


Fig. 30 Measured force at excitation point

Table 4 Measured lossfactor of box

	Mode	Excitation point	Acc. pickup	Freq. [Hz]	Loss factor
	7	#101	B	176	0.00511
	8			241	0.00581
	9			252	0.00437
	10			449	0.00312
	11			603	0.00398
	12			666	0.00390
	13			676	0.00178
	14		A	806	0.00285
	15		B	1069	0.00094
	16			1087	0.00276
	17	#302	A	1181	0.00254
	18	#101	B	1241	0.00161
	19		A	1449	0.00207
	20			1559	0.00321
	21		B	1833	0.00164

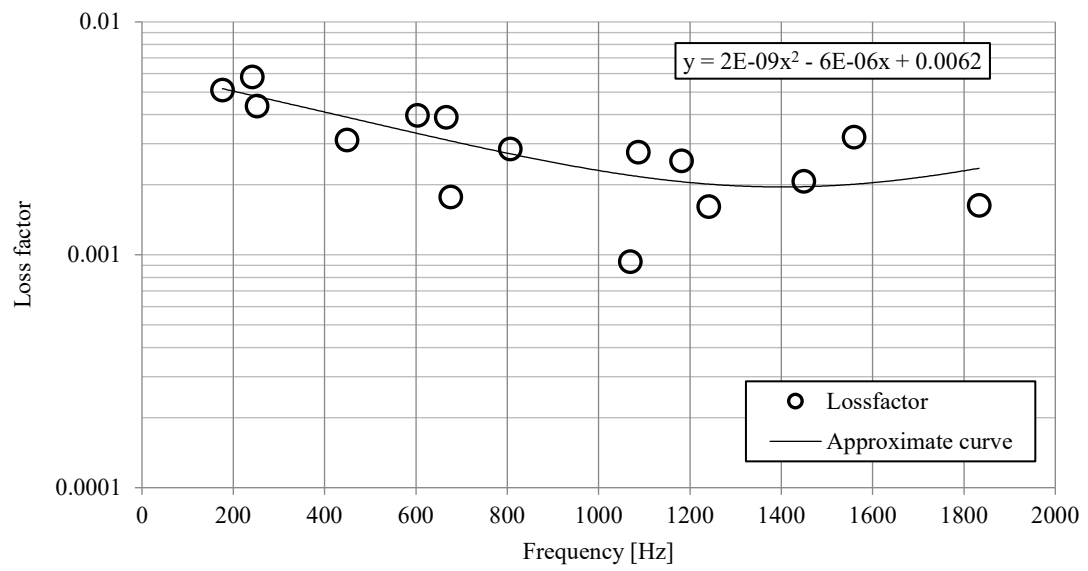


Fig. 31 Measured lossfactor and approximation curve of box

Table 5 Measured lossfactor of cover (fixed condition)

Mode	Freq. [Hz]	Excitation point	Loss factor
1	708	2	0.00466
2	755	3	0.00477
3	969	23	0.00578
4	1741	1	0.01206

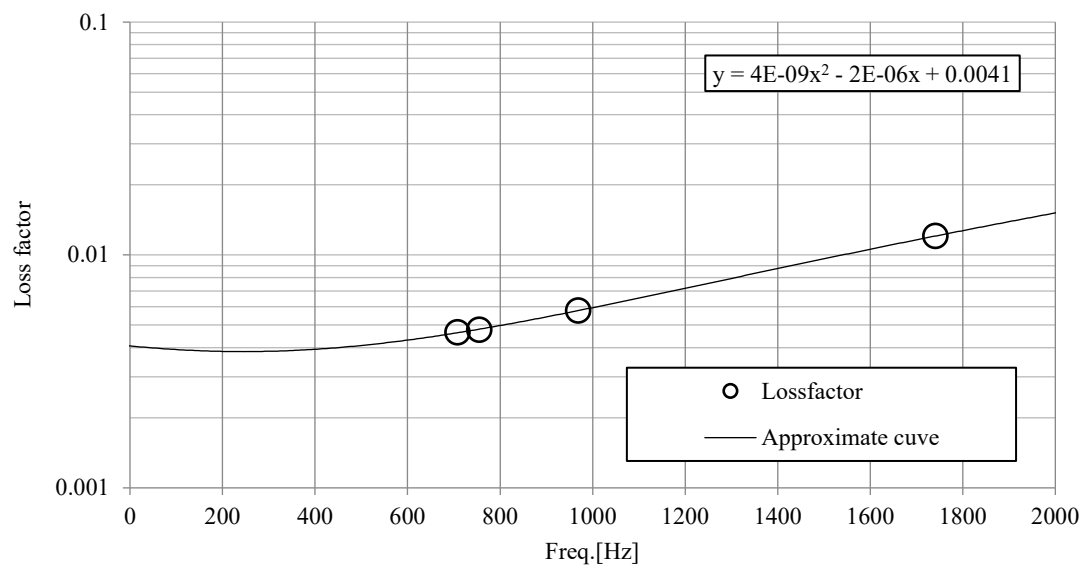


Fig. 32 Measured lossfactor and approximation curve of cover (fixed condition)

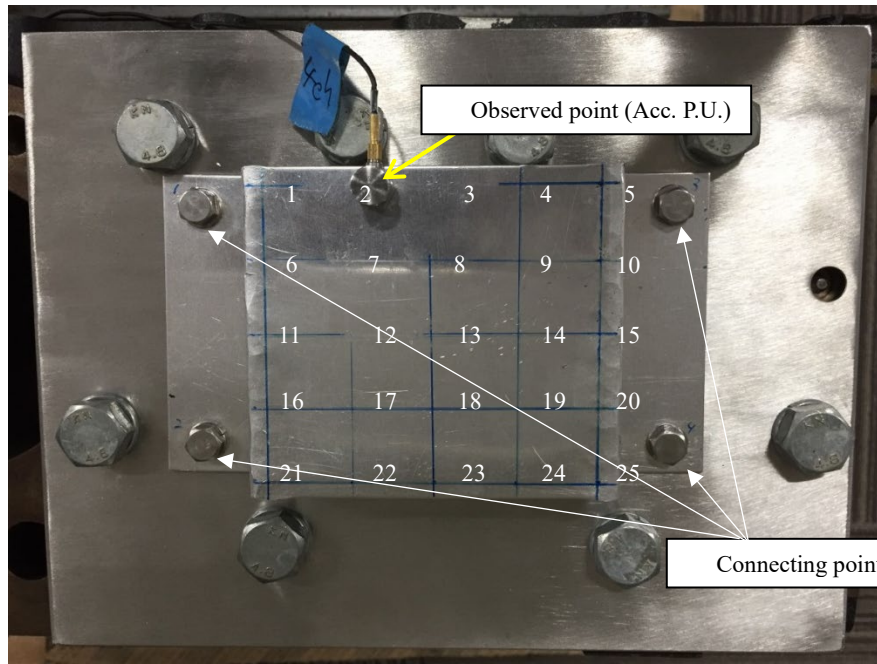


Fig. 33 Measuring points of cover (fixed condition)

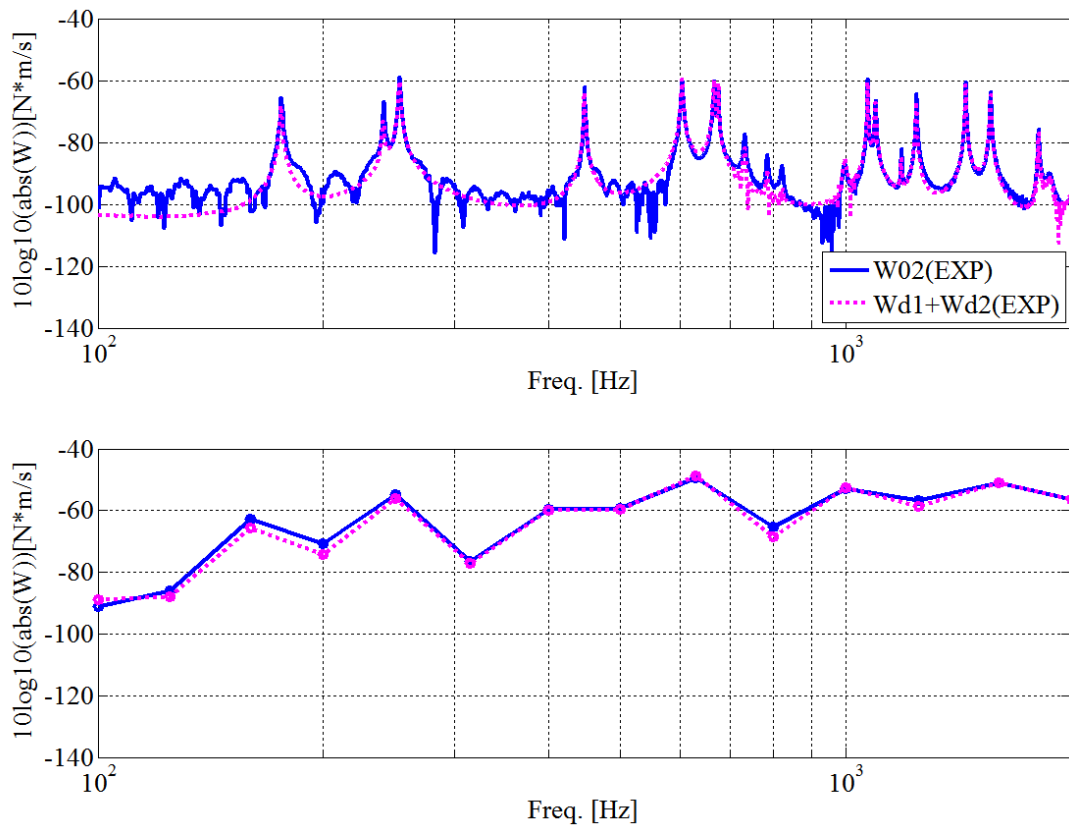


Fig. 34 Measured vibration power W_{02} and $W_{d1} + W_{d2}$ (narrow band and 1/3 oct. band)

2.7.3 解析結果との比較検証

2.7.2 項で述べた加振試験より算出した箱型モデルの各振動パワーについて、FEM モデルを用いた解析結果と比較を行うことで、振動パワー計算結果の妥当性を検証した。FEM モデルによる計算については 2.5.1 節と同様に式(30), (31), (36)より算出しているが、加振力 f および損失係数 η (剛性行列の虚数部) は加振試験における実測値を用いて計算を行った。

図 35～37 に、外力による box への入力パワー W_{02} , cover の消散パワー W_{d1} , box の消散パワー W_{d2} を示す。各振動パワーについてピーク値はおおむねとらえており、解析結果の妥当性が確認できる。しかしながら、図 36 に示す cover の消散パワー W_{d1} について、赤い点線で囲った部分のように、低次のモードによるピークにおいて、解析による計算結果が実験値を大きく下回っていることがわかる。これは、モーダルエネルギー伝搬解析法において、従構造の消散パワーは従構造の弾性振動変位のみから算出されており、主構造からの強制変位を含んでいないためであると考えられる。そこで、消散パワーの計算式を強制変位分を含めた式に修正したうえで、実験結果と比較することで検証を行った。

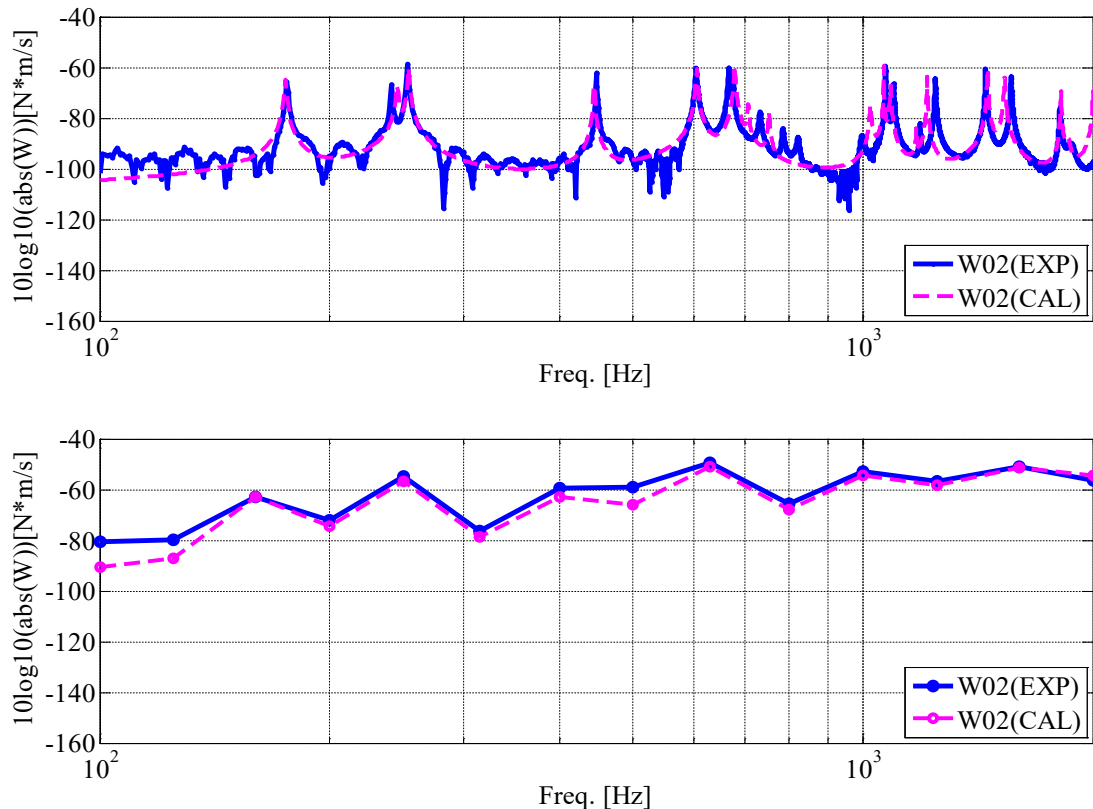


Fig. 35 Comparison of input power W_{02} between measured and calculated

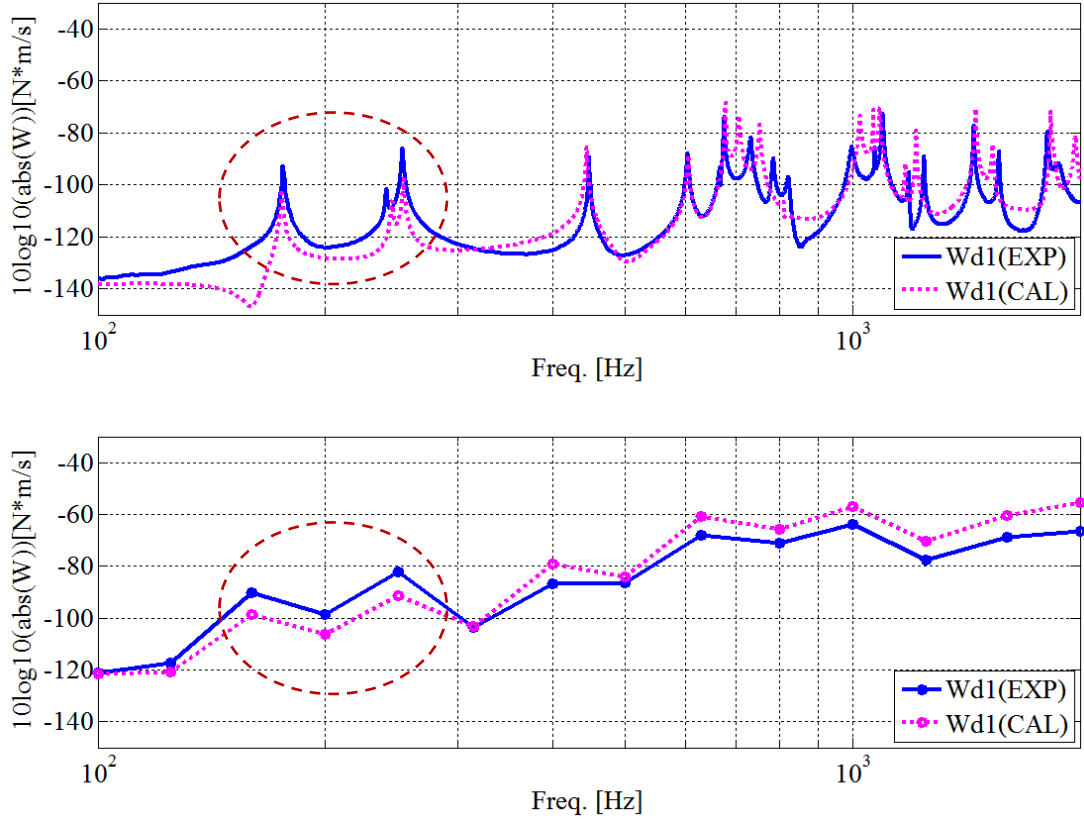


Fig. 36 Comparison of dissipated power of cover W_{d1} between measured and calculated

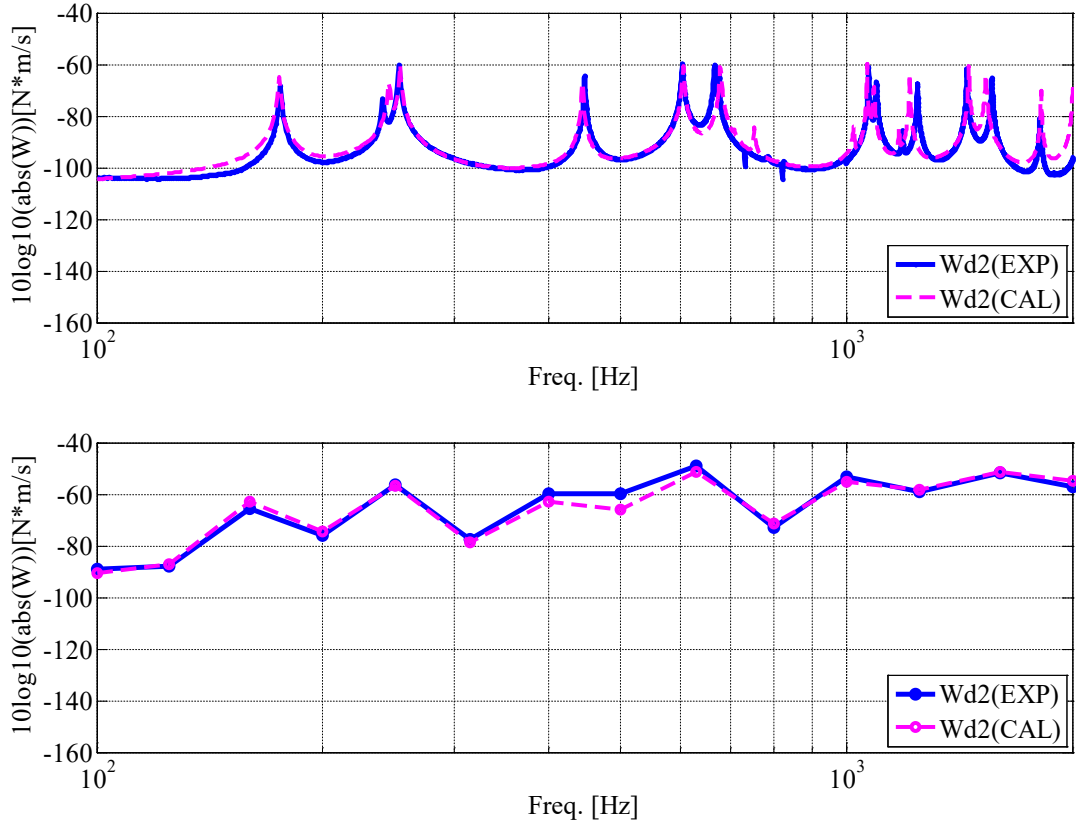


Fig. 37 Comparison of dissipated power of box W_{d2} between measured and calculated

2.7.4 従構造の消散パワーについての追加検討

式(10)より連成系における従構造の運動方程式は以下となる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{cc}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{R}\ddot{\mathbf{x}}_c^{(2)} \\ \ddot{\mathbf{x}}_c^{(1)} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{1c} \\ \mathbf{K}_{c1} & \mathbf{K}_{cc}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_1 + \mathbf{R}\mathbf{x}_c^{(2)} \\ \mathbf{x}_c^{(1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_c^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (56)$$

式(56)に左から振動速度 $\begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{R}\ddot{\mathbf{x}}_c^{(2)} \\ \ddot{\mathbf{x}}_c^{(1)} \end{Bmatrix}^t$ を乗じて、

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{R}\ddot{\mathbf{x}}_c^{(2)} \\ \ddot{\mathbf{x}}_c^{(1)} \end{Bmatrix}^t \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{cc}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{R}\ddot{\mathbf{x}}_c^{(2)} \\ \ddot{\mathbf{x}}_c^{(1)} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{R}\ddot{\mathbf{x}}_c^{(2)} \\ \ddot{\mathbf{x}}_c^{(1)} \end{Bmatrix}^t \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{1c} \\ \mathbf{K}_{c1} & \mathbf{K}_{cc}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_1 + \mathbf{R}\mathbf{x}_c^{(2)} \\ \mathbf{x}_c^{(1)} \end{Bmatrix} \\ = \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{R}\ddot{\mathbf{x}}_c^{(2)} \\ \ddot{\mathbf{x}}_c^{(1)} \end{Bmatrix}^t \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_c^{(1)} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (57)$$

式(57)を整理し、固有モード展開すると、以下の式を得る。

$$\text{Re} \langle -j\omega \mathbf{q}_1^{*t} (-\omega^2 \tilde{\mathbf{M}}_1 + \tilde{\mathbf{K}}_1) \mathbf{q}_1 - j\omega \mathbf{q}_2^{*t} (-\omega^2 \mathbf{P} + \mathbf{G}) \mathbf{q}_2 \rangle = \text{Re} \langle -j\omega \mathbf{q}_2^{*t} \Phi_c^{(2)} \mathbf{f}_c^{(2)} \rangle \quad (58)$$

左辺は従構造の消散パワー、右辺は結合部からの強制変位力 $\mathbf{f}_c^{(2)}$ による入力パワーを表している。実験計測で従構造の消散パワーを評価する場合は従構造の振動速度を計測して求めるので、解析結果と比較する場合は式(58)の左辺の計算結果と比較すべきだと考えられる。

図 38 に従構造の消散パワーの実測値と式(58)の左辺による強制変位を含めた消散パワー W_{d1R} の計算結果の比較を示す。誤差のあった 100～300Hz のピークについて、強制変位の影響を含めることで計算値のピークの値が増加し、実測値との差異が減少している。実測値との差異は概ね 3dB 程度である。また図 39 に計算式を修正する前後での計算結果を示す。グラフからわかるように低周波数域での値が大きく増加し、高周波数域ではピークの値が減少したものもあるが概ね変化はなかった。

以上のことから、従構造の消散パワーの計算値と実測値を比較する場合は、計算値に主構造からの強制変位分を考慮する必要があるが、影響が生じる周波数帯は比較的低い周波数帯であり、周波数が高くなるにつれ無視しても問題ないといえる。

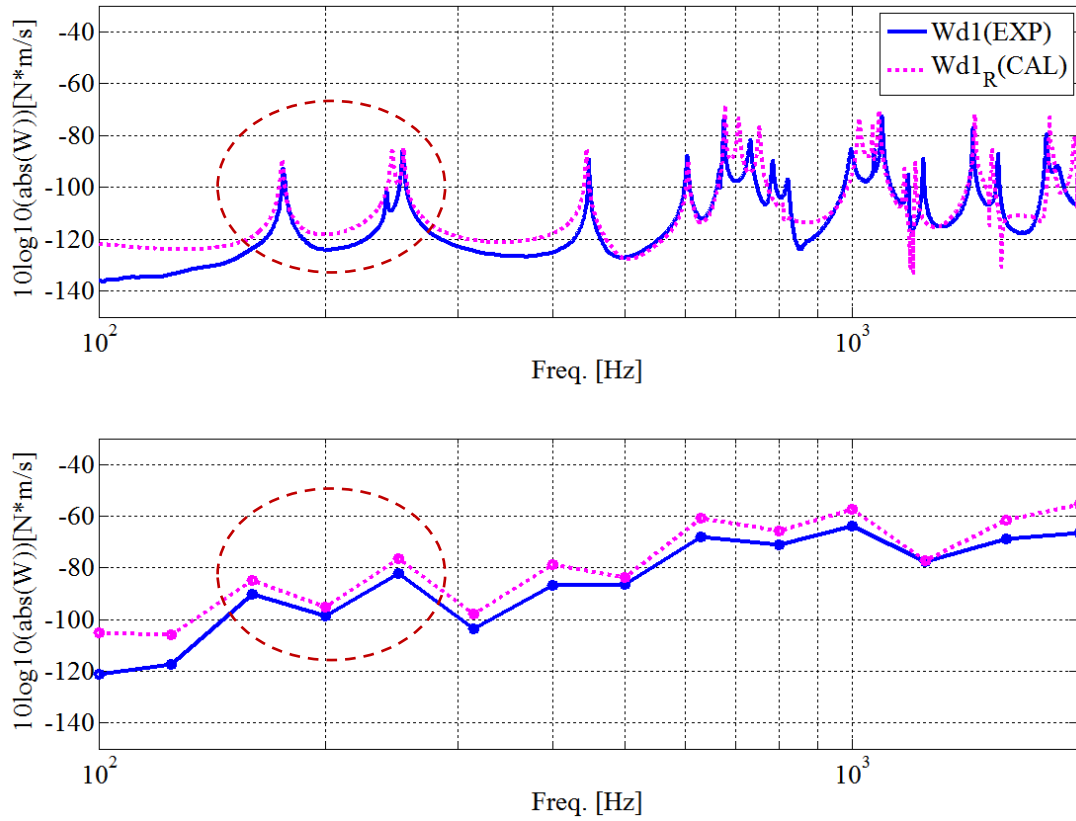


Fig. 38 Comparison of dissipated power of cover W_{d1R} including enforced displacement between measured and calculated

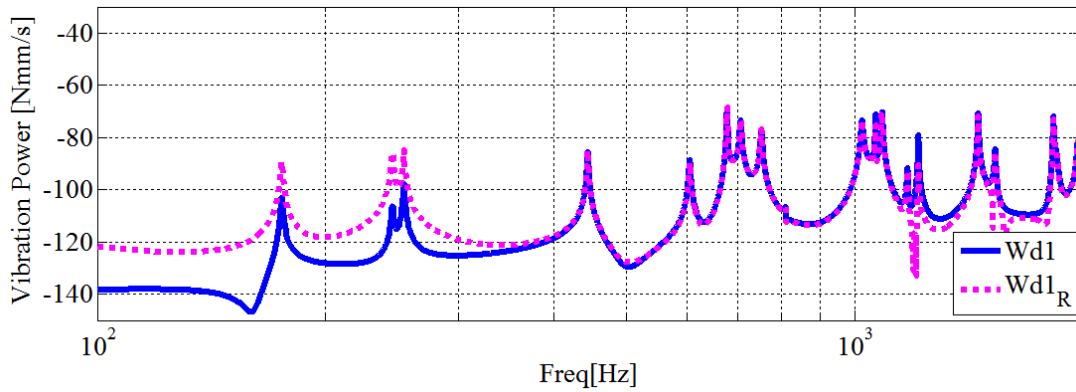


Fig. 39 Comparison of dissipated power of cover between including enforced displacement or not

2.7.5 振動低減対策の実験検証

2.6 節で検証したように、箱型モデルにおいて box（主構造）から cover（従構造）へ流れる伝達パワーが最大となるモードの組み合わせに対し、cover へ集中質量を付加しモード間の固有振動数を離すことで伝達パワーおよび振動エネルギーが低減することを確認した。本項では実際に cover

部に質量を付加し，加振試験により質量付加前後の振動パワーを算出し比較することで，解析から得られた結果の妥当性検証を行う．

図 40 に質量付加する位置を示す．図 26 と同様に対象となる cover の振動モードの腹部分に 2.0g の質量を付加した．質量付加した箱型モデルに加振試験を行い，振動パワーを算出した．以下に実験条件を示す．

- ・拘束条件：free-free（スポンジ上）
- ・サンプリング点数：8192 点
- ・周波数レンジ：~2.5kHz
- ・計測点：81 点（Cover25 点，Box 左面 25 点，背面 15 点，右面 10 点，前面 6 点）
- ・加速度ピックアップ：2 か所（cover 上部，box 左面上部）

図 41～45 に加振試験より得られたモード形状を，図 46 に cover の消散パワー W_{d1} を示す．図 27 に示す解析結果と同様に，対象とする 1000Hz 付近のピークが低減していることがわかる．消散パワーが低減した要因として，1000Hz 付近のモード形状の質量付加前後の変化を見ると，質量付加位置の振幅が大きい Mode 17th の cover 主体の振動モードの固有振動数が大きく低下している，また Mode 19th は固有振動数の変化は無いが box 部の振幅が質量付加前に比べて相対的に大きくなっている．これらは cover 部への質量付加により対象とする cover のモードの固有振動数が低下し，box のモードの固有振動数が離間したためだと考えられる．これにより box から cover への伝達パワーが低減したと考えられる．

最後に，図 47 に質量付加前後での cover 部の二乗平均速度の計算結果を示す．グラフから，質量付加により 1000Hz 付近のピークが低減していることがわかる．これにより，box から cover へ流れる伝達パワーを低減することで，cover の振動レベルを低減できることを確認した．

以上のことから，2 自由度近似法を用いて伝達パワー最大となるモードの組み合わせを特定し，固有振動数を離し伝達パワー及び従構造の消散パワーを低減させることで，従構造の振動レベルの低減が可能であることを示した．

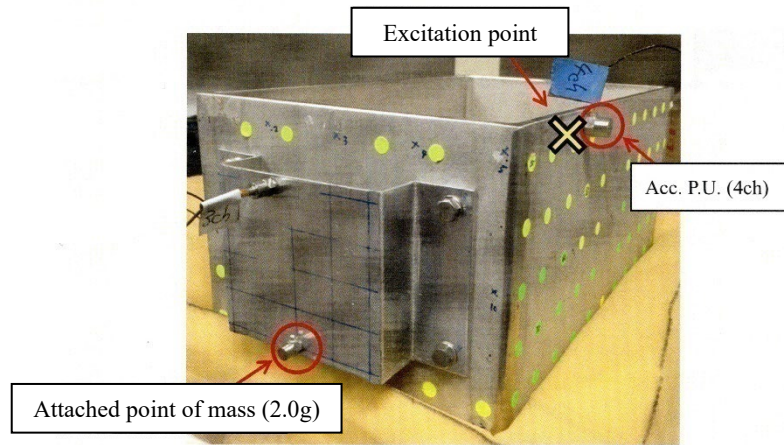


Fig. 40 Attached point of mass and excitation point

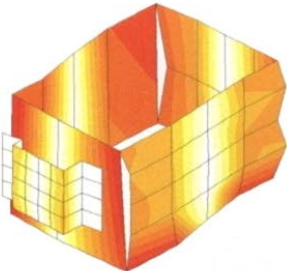
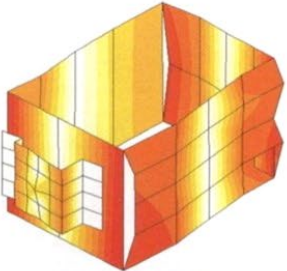
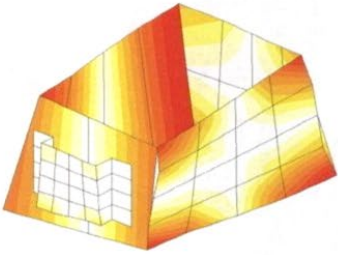
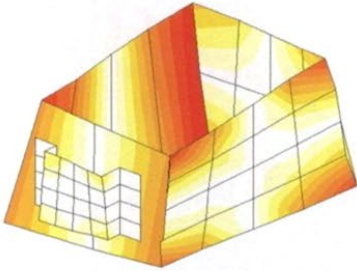
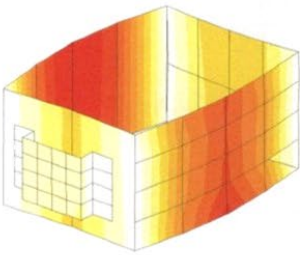
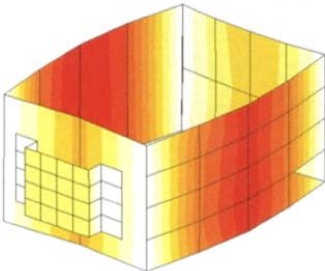
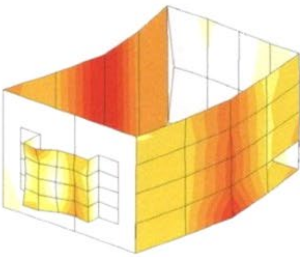
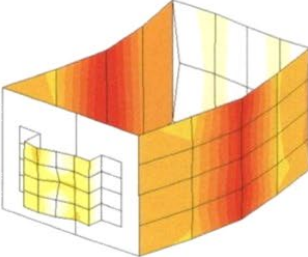
without mass		with mass	
7		7	
	$f=176[\text{Hz}]$		$f=175[\text{Hz}]$
8		8	
	$f=241[\text{Hz}]$		$f=240[\text{Hz}]$
9		9	
	$f=253[\text{Hz}]$		$f=253[\text{Hz}]$
10		10	
	$f=447[\text{Hz}]$		$f=447[\text{Hz}]$

Fig. 41 Comparison of measured mode shape of box+cover between without mass and with mass (mode 7th to 10th)

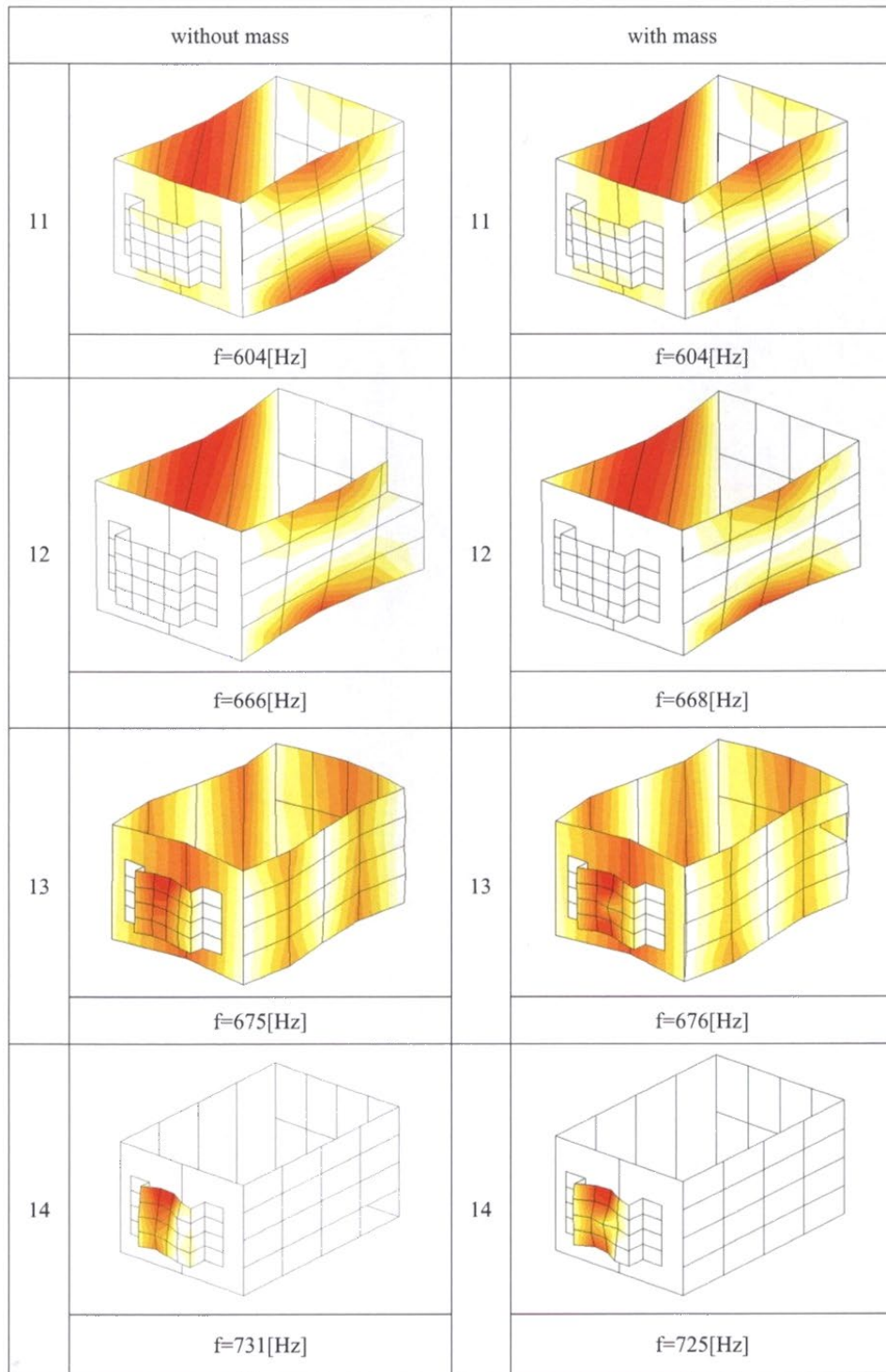


Fig. 42 Comparison of measured mode shape of box+cover between without mass and with mass (mode 11th to 14th)

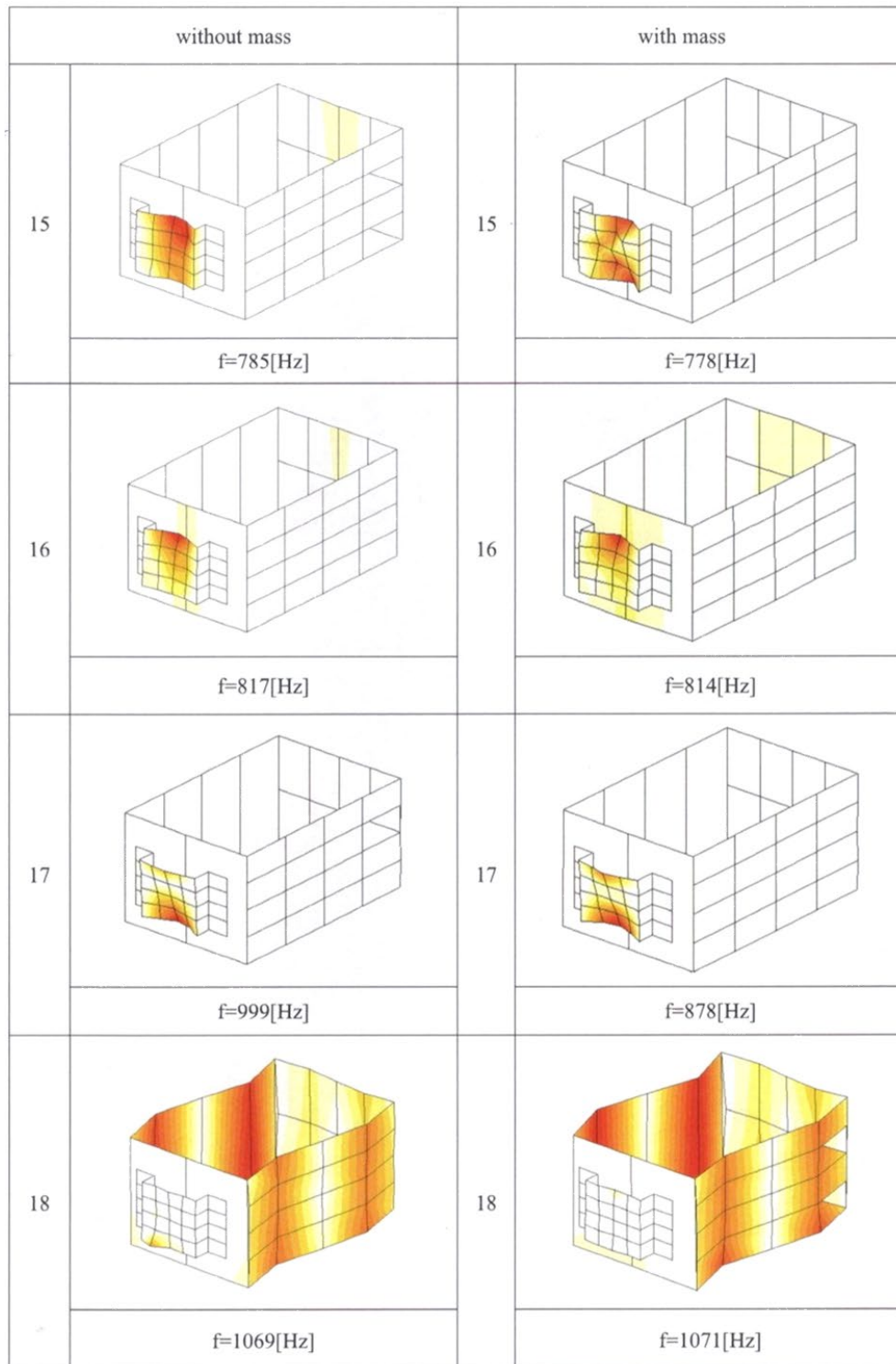


Fig. 43 Comparison of measured mode shape of box+cover between without mass and with mass (mode 15th to 18th)

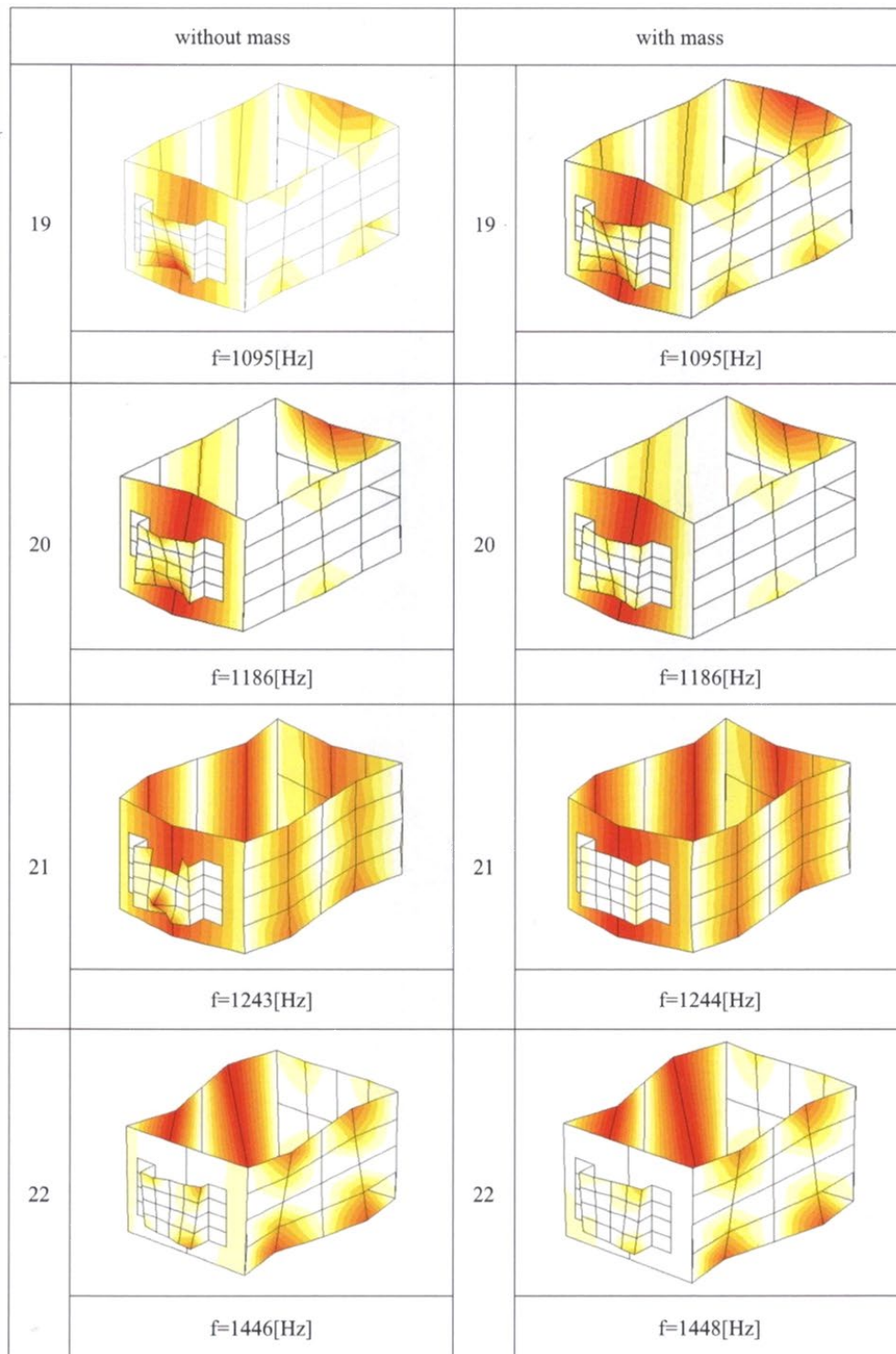


Fig. 44 Comparison of measured mode shape of box+cover between without mass and with mass (mode 19th to 22nd)

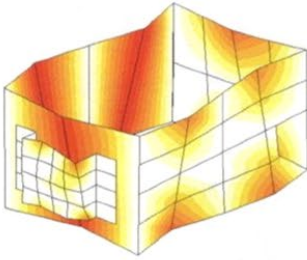
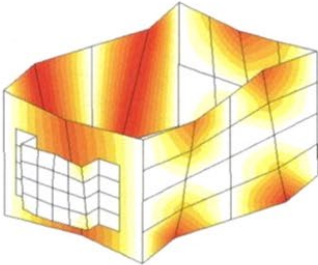
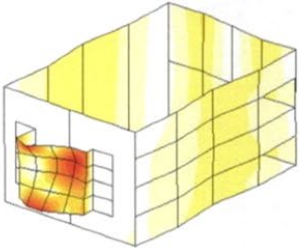
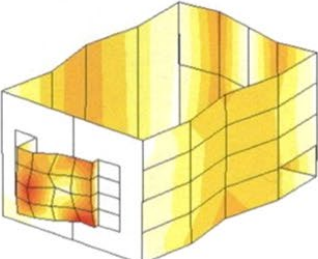
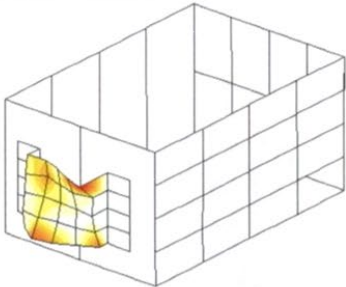
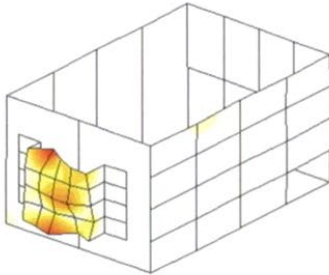
without mass		with mass	
23		23	
	f=1561[Hz]		f=1564[Hz]
24		24	
	f=1811[Hz]		f=1816[Hz]
25		25	
	f= 2044 [Hz]		f=1869[Hz]
26		26	

Fig. 45 Comparison of measured mode shape of box+cover between without mass and with mass (mode 23rd to 25th)

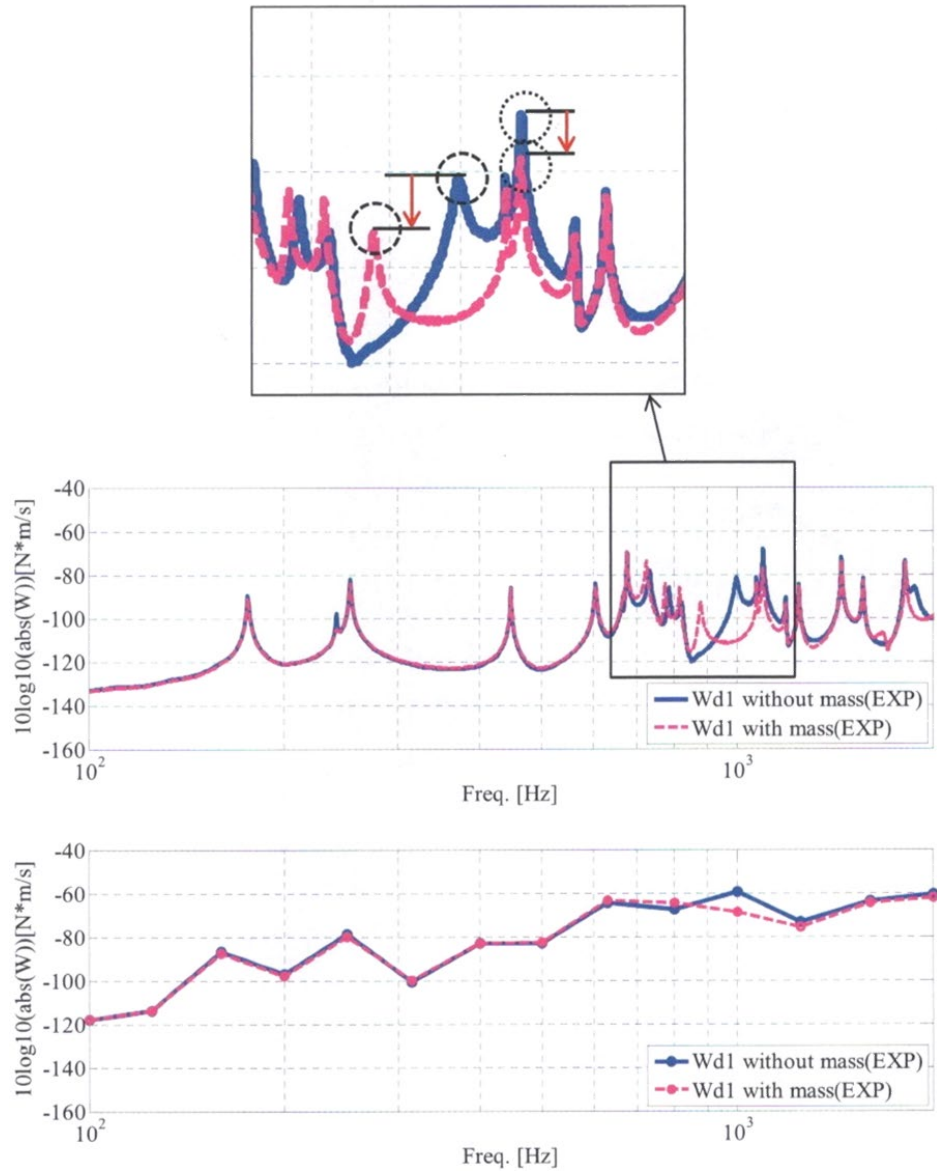


Fig. 46 Comparison of measured dissipated power W_{d1} between without mass and with mass

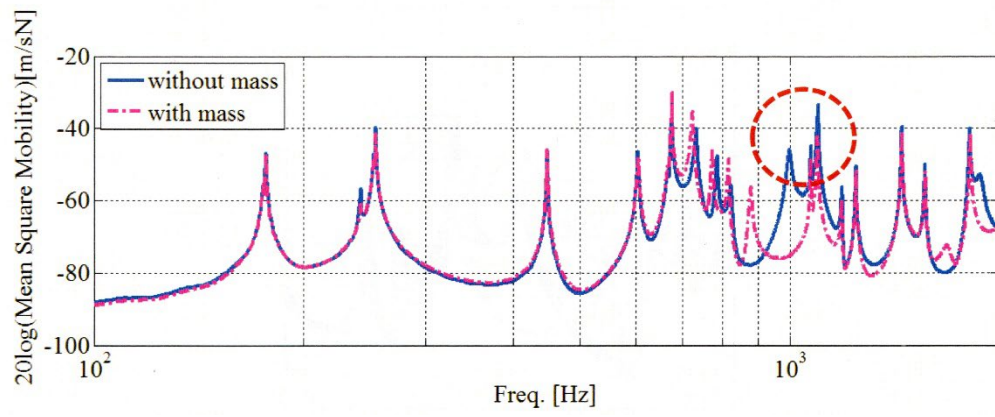


Fig. 47 Comparison of measured mean squared velocity of cover between mass attached or not

2.8 結言

本章では、主構造と従構造が結合された系における振動モード間のパワーフローを計算する、モードエネルギー伝搬解析法の基礎理論について、簡易構造である箱型モデルを用いた妥当性検証について述べた。この解析法は、結合系の連成振動解析法であるモード合成法を、エネルギーの次元に拡張したものである。また各構造の個々の振動モード間の振動パワーフローを算出する2自由度近似法をあわせて提案し、妥当性検証およびモード間の伝達パワーの評価に基づいた振動低減対策について検証した。主な結果は以下の通りである。

- ① 構造要素間の振動エネルギーの収支を評価する手法として、モード合成法をベースとしたモードエネルギー伝搬解析法の定式化を行った。
- ② 本解析手法から得られたパワーフロー平衡式を箱型モデルに適用した結果、各構造への入力、消散、伝達パワーが平衡していることが確認でき、解析理論の妥当性が検証できた。
- ③ 全モード連成時の伝達パワーと、2自由度近似時の伝達パワーの総和を比較した結果、両者がおおむね一致していることから、2自由度近似手法の妥当性が検証できた。
- ④ 2自由度近似手法により個々のモード間の伝達パワーを評価することで、狙いの周波数帯における伝達パワー増大要因の特定および伝達パワー低減により振動応答を抑制できることを確認し、本解析手法の有効性を示した。

以上のように、従来の実験解析技術では振動分布しか計測・評価できなかったが、本解析法の開発によって、主構造から従構造への伝達パワー、従構造での消散パワーの計測・評価が可能となり、固体伝搬音対策の立案に有効なより多くの情報入手が容易になった。

第3章 フレーム-パネルモデルへの適用

第2章では、主構造と従構造が連成した系に対して、各構造の固有振動モードの間の振動パワーフローを評価する手法である、モーダルエネルギー伝搬解析法を提案すると共に、2自由度近似モデルについても検討し、その有効性を示した。ただし、構造が複雑な実機への適用を図るうえでは2自由度近似モデルでは不十分な場合がある。図48に後述するフレーム・パネルモデルでの $f = 107\text{Hz}, 118\text{Hz}$ における全モード連成モデルと2自由度近似モデルでの従構造への伝達パワー W_{21} を比較して示す。全モード連成モデルに対して2自由度近似モデルでは $\pm 5\text{dB}$ の誤差を生じる場合がある。また図49および50には $f = 107\text{Hz}, 118\text{Hz}$ におけるモード間の伝達パワーを示している。これらの図から全モード連成モデルで求めた伝達パワーは外力が作用する主構造から従構造への伝達だけでなく、従構造から主構造への伝達パワー($W_{21} < 0$)が確認される。これらは主構造・従構造の連成によりそれぞれのモード形状が変化することに起因するものである。

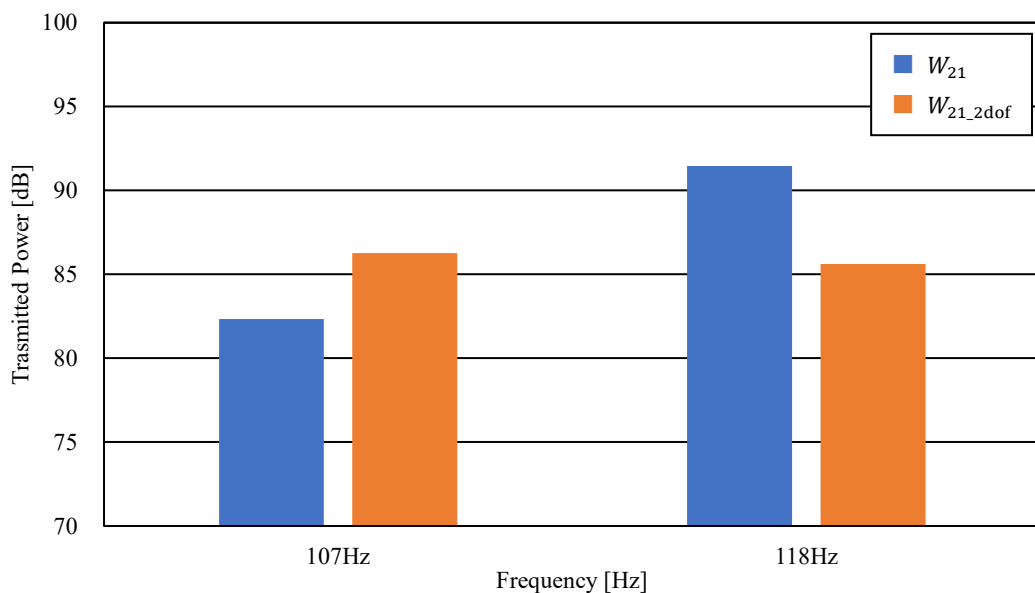
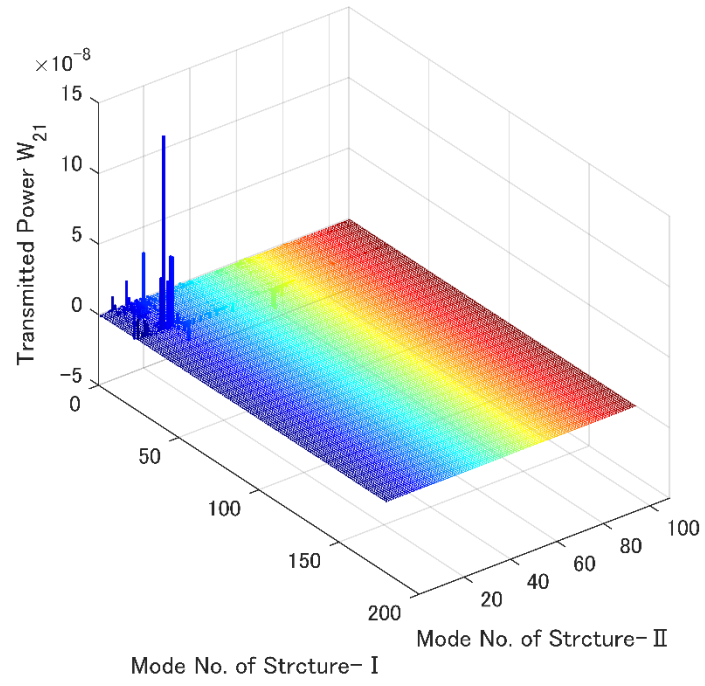
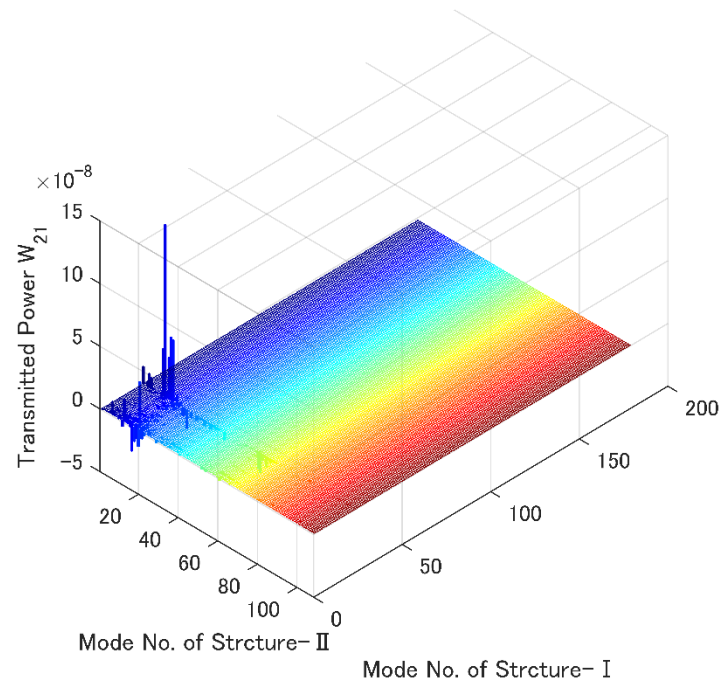


Fig. 48 Comparison of transmitted power from frame to panel

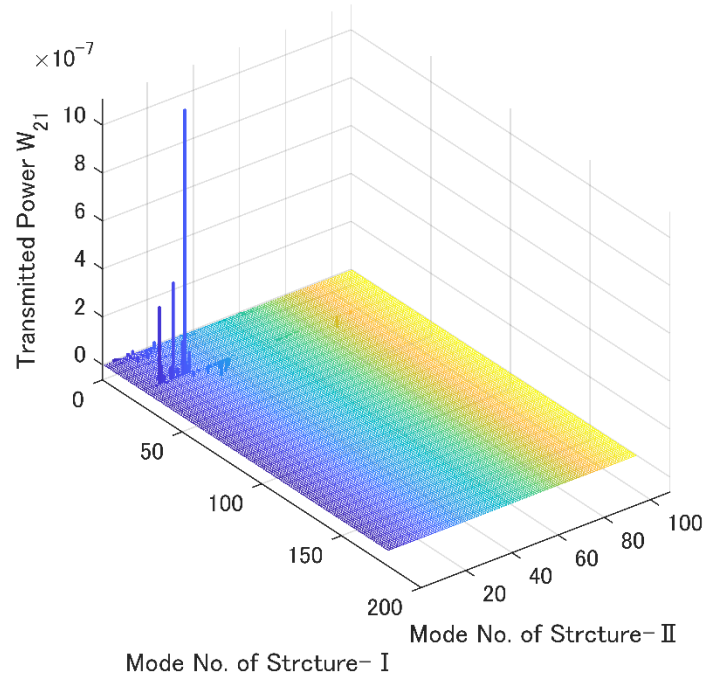


(a) the view from top

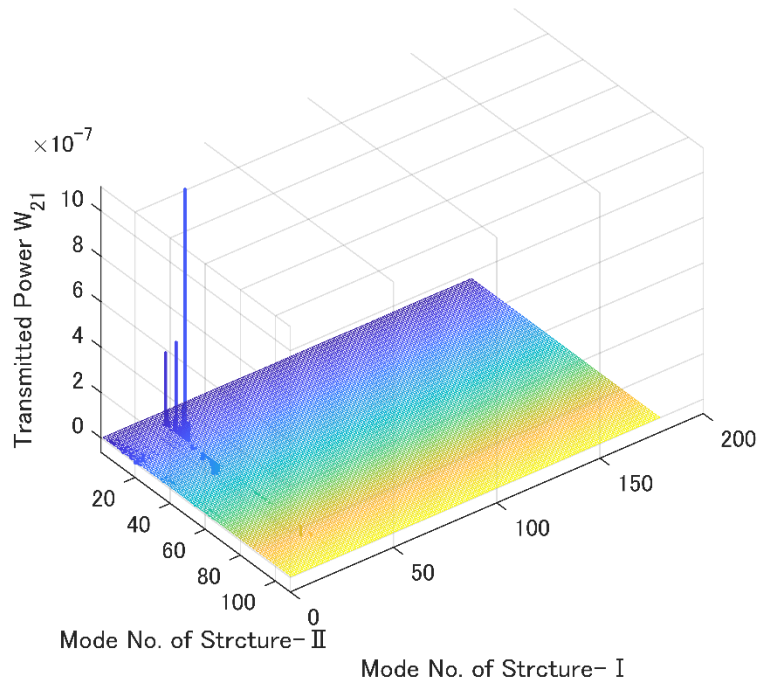


(b) the view from bottom

Fig.49 Transmitted power from eigenmodes of frame to eigenmodes of panel at 107 Hz



(a) the view from top



(b) the view from bottom

Fig.50 Transmitted power from eigenmodes of frame to eigenmodes of panel at 118 Hz

2 自由度近似モデルでは、主構造、従構造の 1 つずつのモードを抽出した 2 自由度の運動方程式を解き、モード間の振動パワーフローを算出している。そのため、結合系の振動モードを再現するために構造単体の固有モードを複数必要とする場合、すなわち主構造と従構造の結合によりモード形状が変化する場合、2 自由度近似モデルでは結合系の連成振動の再現性が低下する。このことから、本解析手法の適用範囲の拡大のためには、モード間の連成影響を考慮したうえで振動パワーフローに寄与するモードを特定し寄与度を明確化する手法の構築が必要である。

そこで、主構造・従構造間の伝達パワーに対するそれぞれの構造の各固有振動モードの寄与度を評価する方法として、特異値分解の導入について検討した。特異値分解はこれまで振動の時系列データに対するモード抽出 [30] [31]やモード変化に基づいた構造物の損傷検出 [32]等に用いられていたが、近年では区分モード合成法（Component Mode Synthesis, CMS）の境界部分のモード推定 [33]、およびモデル縮小 [34] [35]への適用が進められている。そこで、本解析法における振動パワーの算出式に特異値分解を適用し、特異値に基づいて自由度を縮退することで、振動パワーを算出するのに必要なモード群を抽出する手法を検討した。

本章では本手法をフレーム・パネル構造に適用し、従構造の振動応答レベルを決定する主構造から従構造への伝達パワー（従構造の消散パワー）に対する寄与の大きなモードを同定して得られる縮小されたモデルを用いて、伝達パワーの近似解析の妥当性を検証した。更に、寄与度の高い固有振動モードの特徴を抽出することで、適切な伝達パワー低減効果を得られるか検討を行った。

3.1 特異値分解によるモード寄与度評価法

式(32), (34)に示した要素間の伝達パワーについて, 以下のように書き換える.

$$\begin{aligned}
 W_{21} &= \text{Re} \langle j\omega \mathbf{q}_1^{*t} (-\omega^2 \mathbf{Q}^t) \mathbf{q}_2 \rangle \\
 &= \text{Re} \langle j\omega \mathbf{q}_1^{*t} \left(-\omega^2 \boldsymbol{\Phi}_1^t \mathbf{M}_{11} \mathbf{R} \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)} \right) \mathbf{q}_2 \rangle \\
 &= \text{Re} \langle (-\omega^2 \mathbf{q}_1^{*t} \boldsymbol{\Phi}_1^t \mathbf{M}_{11} \mathbf{R}) \left(j\omega \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)} \mathbf{q}_2 \right) \rangle \\
 &= \text{Re} \langle \left(-\omega^2 \mathbf{R}^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{q}_1 \right)^{*t} \left(j\omega \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)} \mathbf{q}_2 \right) \rangle
 \end{aligned} \tag{59}$$

$$\begin{aligned}
 W_{12} &= \text{Re} \langle j\omega \mathbf{q}_2^{*t} (-\omega^2 \mathbf{Q}) \mathbf{q}_1 \rangle \\
 &= \text{Re} \langle j\omega \mathbf{q}_2^{*t} \left(-\omega^2 \left(\mathbf{R} \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)} \right)^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}_1 \right) \mathbf{q}_1 \rangle \\
 &= \text{Re} \langle j\omega \mathbf{q}_2^{*t} \left(-\omega^2 \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)t} \mathbf{R}^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}_1 \right) \mathbf{q}_1 \rangle \\
 &= \text{Re} \langle j\omega \mathbf{q}_2^{*t} \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)t} (-\omega^2 \mathbf{R}^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}_1) \mathbf{q}_1 \rangle \\
 &= \text{Re} \langle \left(j\omega \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)} \mathbf{q}_2 \right)^{*t} (-\omega^2 \mathbf{R}^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{q}_1) \rangle
 \end{aligned} \tag{60}$$

式(59), (60)から,

$$j\omega \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)} \mathbf{q}_2 \quad : \text{結合点における振動速度} \tag{61}$$

$$\begin{aligned}
 -\omega^2 \mathbf{R}^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{q}_1 &: \text{結合点において主構造が従構造に作用する力} \\
 &(\text{従構造の各節点に慣性力を生じさせるための結合点での作用力})
 \end{aligned} \tag{62}$$

とみなすことができる. 以降では, $\boldsymbol{\Phi}_c^{(2)}$ を振動速度係数, $\mathbf{R}^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}_1$ を結合力係数と呼ぶこととする. 振動速度係数と結合力係数は, 各結合点自由度における各構造の固有モードごとの伝達パワー W_{21} に対する寄与度となる.

次に, 振動・騒音低減効果を推定するためには対象周波数における伝達パワーに対する寄与度の高い固有モードの抽出が必要であるため, 抽出された主要モードで近似縮小モデルを作成することを考える. 主構造から従構造への伝達パワー W_{21} は, 結合点における振動速度 $j\omega \boldsymbol{\Phi}_c^{(2)} \mathbf{q}_2$ と結合点において主構造が従構造に作用する力 $-\omega^2 \mathbf{R}^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}_1 \mathbf{q}_1$ の内積で求まり, 式(32)からわかるように刺激係数 \mathbf{Q} と各構造で励起される振動モードの積から決まるため, \mathbf{Q} を以下のように特異値分解し, それぞれの寄与度を評価することを考える.

$$\mathbf{Q} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^t \quad (63)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda_2^2 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & \lambda_n^2 \end{bmatrix} \quad : \text{特異値} \quad (64)$$

$$\mathbf{U} \quad : \text{左特異ベクトル} \quad (65)$$

$$\mathbf{V} \quad : \text{右特異ベクトル} \quad (66)$$

特異値分解における左特異ベクトル \mathbf{U} は出力空間における基底を，右特異ベクトル \mathbf{V} は入力空間における基底を表しており，左特異ベクトル \mathbf{U} は刺激係数 \mathbf{Q} に対する主構造の各固有モードの影響係数の基本パターンを，右固有ベクトル \mathbf{V} は従構造の各固有モードの影響係数の基本パターンを，特異値 λ_i^2 は増幅率を表す．式(63)を式(32)，(34)に代入すると，

$$\begin{aligned} W_{21} &= \text{Re}\langle j\omega \mathbf{q}_1^{*t} (-\omega^2 (\mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^t)^t) \mathbf{q}_2 \rangle \\ &= \text{Re}\langle j\omega \mathbf{q}_1^{*t} (-\omega^2 \mathbf{V}\mathbf{S}\mathbf{U}^t) \mathbf{q}_2 \rangle \\ &= \text{Re} \left\langle -j\omega^3 \begin{Bmatrix} q_{11} \\ \vdots \\ q_{1j} \end{Bmatrix}^* \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} & \dots & V_{1i} \\ V_{21} & V_{22} & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ V_{j1} & & & V_{ji} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda_2^2 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & \lambda_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & \dots & U_{1i} \\ U_{21} & U_{22} & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ U_{k1} & & & U_{ki} \end{bmatrix}^t \begin{Bmatrix} q_{21} \\ \vdots \\ q_{2k} \end{Bmatrix} \right\rangle \\ &= \text{Re} \left\langle -j\omega^3 \left[\sum_j q_{1j}^* V_{j1} \quad \sum_j q_{1j}^* V_{j2} \quad \dots \quad \sum_j q_{1j}^* V_{jn} \right] \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda_2^2 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & \lambda_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_k q_{2k} U_{k1} \\ \sum_k q_{2k} U_{k2} \\ \vdots \\ \sum_k q_{2k} U_{kn} \end{bmatrix} \right\rangle \\ &= \text{Re} \left\langle -j\omega^3 \left[\sum_j q_{1j}^* V_{j1} \quad \sum_j q_{1j}^* V_{j2} \quad \dots \quad \sum_j q_{1j}^* V_{jn} \right] \begin{bmatrix} \lambda_1^2 \sum_k q_{2k} U_{k1} \\ \lambda_2^2 \sum_k q_{2k} U_{k2} \\ \vdots \\ \lambda_n^2 \sum_k q_{2k} U_{kn} \end{bmatrix} \right\rangle \\ &= \text{Re} \left\langle -j\omega^3 \sum_i \lambda_i^2 \left(\sum_j q_{1j}^* V_{ji} \right) \left(\sum_k q_{2k} U_{ki} \right) \right\rangle \quad (67) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_{12} &= \text{Re} \langle j\omega \mathbf{q}_2^{*t} (-\omega^2 \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^t) \mathbf{q}_1 \rangle \\
&= \text{Re} \langle -j\omega^3 \sum_i \lambda_i^2 \left(\sum_k q_{2k}^* U_{ki} \right) \left(\sum_j q_{1j} V_{ji} \right) \rangle
\end{aligned} \tag{68}$$

ここで、特異値 λ_i^2 は巨視的に見た時の従構造（構造Ⅰ）の j 次モードと主構造（構造Ⅱ）の k 次モードの組合せの寄与度を表しており、左特異ベクトル \mathbf{U}_k は構造Ⅱによる伝達パワーへの寄与度を、右特異ベクトル \mathbf{V}_j は構造Ⅰによる伝達パワーへの寄与度を表していると考えることができる。

したがって、任意の周波数におけるモーダルエネルギー伝搬解析法の縮小モデルを作成するには、特異値 λ_i^2 が大きなモード組合せの中から、 $q_{1j} V_{ji}$ 、 $q_{2k} U_{ki}$ が大きな固有モード（構造Ⅰでは j 次モード、構造Ⅱでは k 次モード）を抽出することで可能となる。本報告では、各特異値次数での $q_{1j} V_{ji} / |q_{1j} V_{ji}|_{\max}$ 、 $q_{2k} U_{ki} / |q_{2k} U_{ki}|_{\max}$ が閾値を超えたモードを抽出することで、縮小モデルを構築することとした。

3.2 フレーム・パネル構造での試計算

3.2.1 計算モデル

図 51 に示すような鋼製フレーム構造に鋼板を 4 点でボルト締結したフレーム・パネル構造を対象とした。モデルの詳細及び物性値を表 6 に示す。なおここでは内部損失率をフレーム、パネル共に各固有モードで $\eta = 0.01$ とした。加振点は鋼製フレーム（主構造）の 1 点を z 方向に単位加振することとした。

Table 6 Dimensions and properties of frame and panel structure

	Panel structure (sub structure)	Frame structure (main structure)
Dimension	0.98m×0.5m×1mm	(1.2+0.8)m×0.5m×(0.5+0.3)m
Cross Section	-	3×20×40 mm, 2×40×2×8mm
Density	$\rho = 7860\text{kg/m}^3$	$\rho = 7860\text{kg/m}^3$
Young's Modulus	E=206GPa	E=206GPa
Poisson's Ratio	$\nu = 0.3$	$\nu = 0.3$
Loss Factor	0.01	0.01

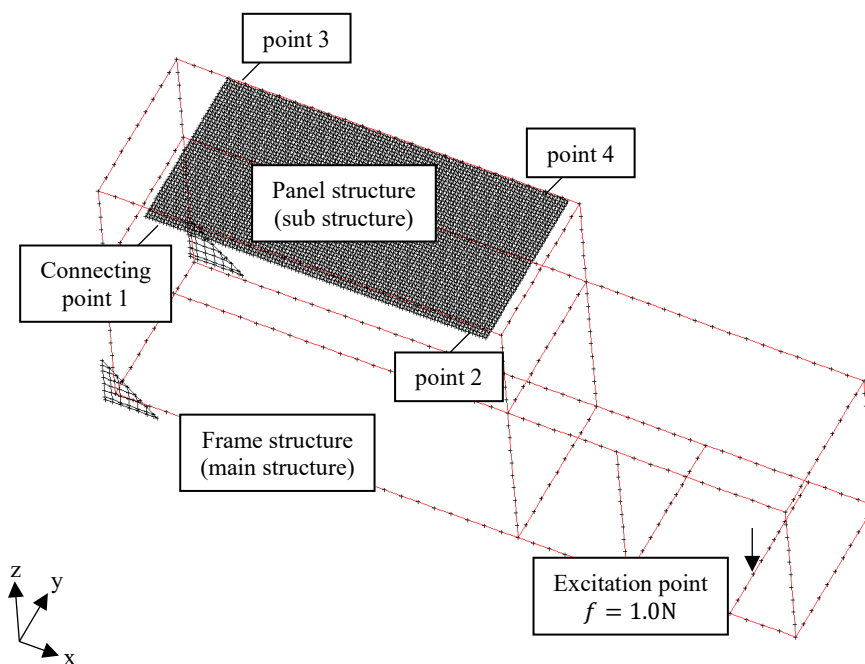


Fig.51 FEM model of frame and panel structure

3.2.2 フレーム-パネルモデルでの試計算結果

本モデルではフレーム構造（主構造）とパネル構造（従構造）を 4 点でボルト締結しており、並進 3 方向のみの結合と考えてモデル化しているので、計 12 自由度での結合力 $-\omega^2 \mathbf{R}^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}^{(1)} \mathbf{q}_1$ と

振動速度 $j\omega\Phi_c^{(2)}q_2$ について検討した。

図 52 に結合力に対する係数 $R^t M_{11} \Phi^{(1)}$ （寄与度）を示す。図 52 では各結合点での z 方向変位を示し、x、y 方向成分に関しては z 方向変位に対して寄与度が微小となるので省略した。また低次のモードと高次のモードでは寄与度の大きさが異なるので、30 次毎に区切って示した。結合力に対しては、z 方向では低次の特に 1 次モードの寄与度が極端に高いことが分かる。これは、1 次モードがパネル全体の振動モードであり、結合点の結合力に均一に寄与するのに対し、モード次数が高くなるにつれ、相互に相殺するようになってくることに起因しているものと考ええる。また結合力の寄与度の絶対値パターンが 4 点で一致しているのは、今回用いたパネルは矩形であり励起されるモードも長手・短手方向に線対称・点対称となることに起因している。符号が異なるのは、点対称に力が作用していることを示している。

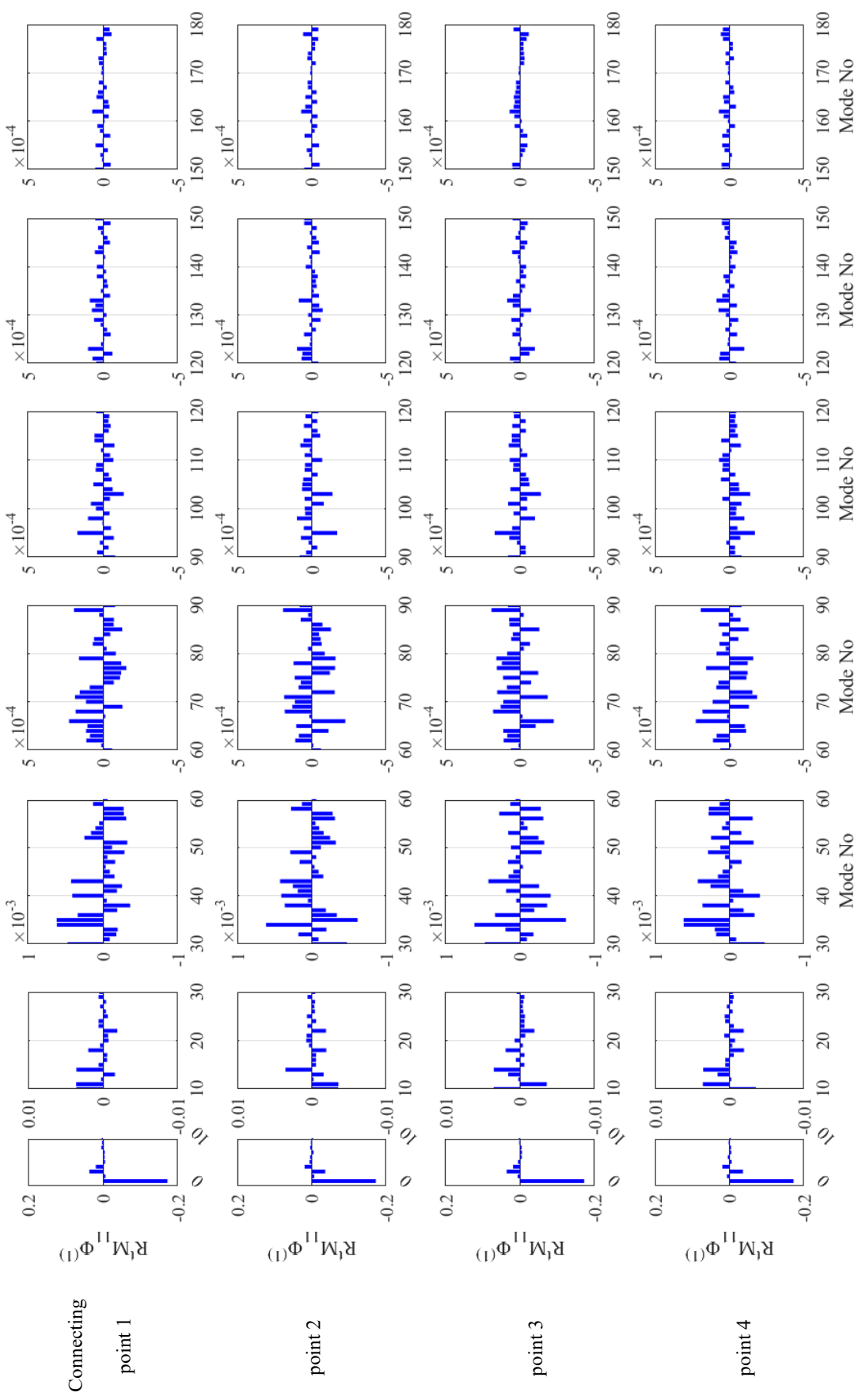


Fig. 52 Contribution of z-components coupling force $R^t M_{11} \Phi^{(1)}$ to transmitted power (connecting points 1, 2, 3 and 4 are shown from the top row). It is found the contribution of low-order modes in z direction is dominant.

図 53 に特異値分解で求めた主構造と従構造のモード組合せの寄与度 λ_i^2 の累積値を示す。累積値は特異値の 10 次以下で 1 に収束しており，式(67)，(68)に示す $q_{1j}V_{ji}$ ， $q_{2k}U_{ki}$ ではそれぞれ数次($i < 10$)の中から対象モードを抽出すれば良いことが分かる。

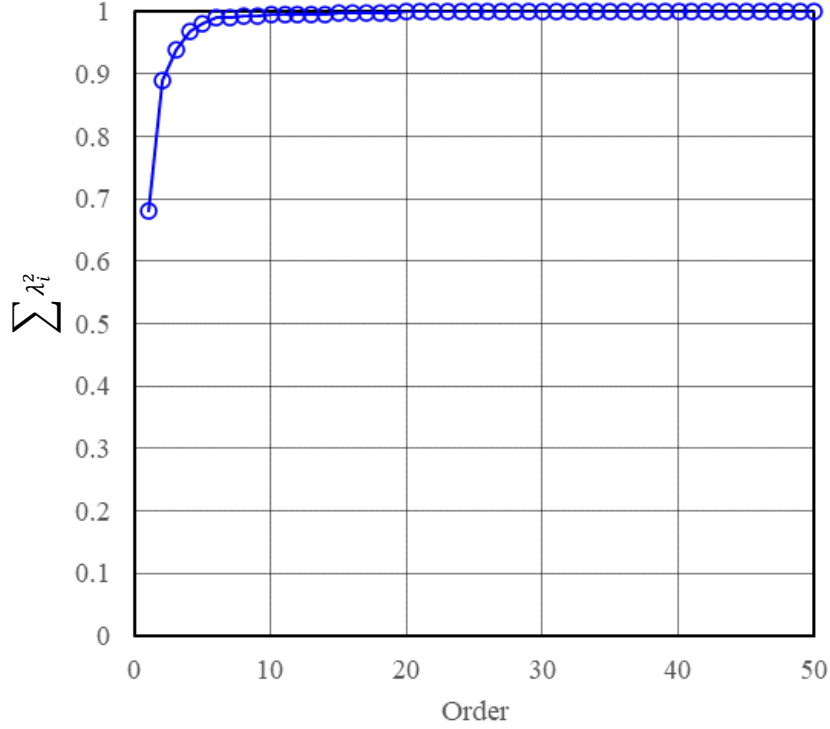


Fig. 53 Contribution of coupled modes. It is found that the cumulative value of λ^2 is almost converges below the 10th order of the singular value.

図 54 に，特異値を 4 次までを考慮し，伝達パワーに対する寄与度の閾値 ($sh = q_{1j}V_{ji}/|q_{1j}V_{ji}|_{\max}$ ， $q_{2k}U_{ki}/|q_{2k}U_{ki}|_{\max}$) を 0.1 とした時の，縮小モデルにおける固有モード分布と結合力係数 $\mathbf{R}^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}^{(1)}$ ，振動速度係数 $\boldsymbol{\Phi}_c^{(2)}$ の関係を示す。結合力係数 $\mathbf{R}^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}^{(1)}$ と振動速度係数 $\boldsymbol{\Phi}_c^{(2)}$ については，各結合点の z 方向成分の最大値 $|\mathbf{R}^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}^{(1)}|_{\max}$ ， $|\boldsymbol{\Phi}_c^{(2)}|_{\max}$ を示している。左側の図では主構造と従構造の縮小モデルで用いたモードを示しており，全周波数帯域で寄与度が高く縮小モデルに必要なモードと，対象周波数近傍でのみ必要なモードとが切り分けられている。

また従構造の振動によって結合点に作用する力 $\mathbf{R}^t \mathbf{M}_{11} \boldsymbol{\Phi}^{(1)}$ は絶対値は小さくても伝達パワーに対しては対象周波数近傍の振動モードの寄与が大きく，縮小モデルに必要なモードがある事がわかる。加えてほぼ全周波数域にて寄与度の大きな低次モードが存在するが，これらは従構造の全体が変形するモードとなっている。

結合点での振動速度 $\phi_c^{(2)}$ の寄与度に関しても，高次になるに従い寄与度が低下している．6 次モードの寄与度が高いが，特異値分解の結果でも 6 次モードは広い周波数帯域で寄与度が大きくなっていることと対応している．

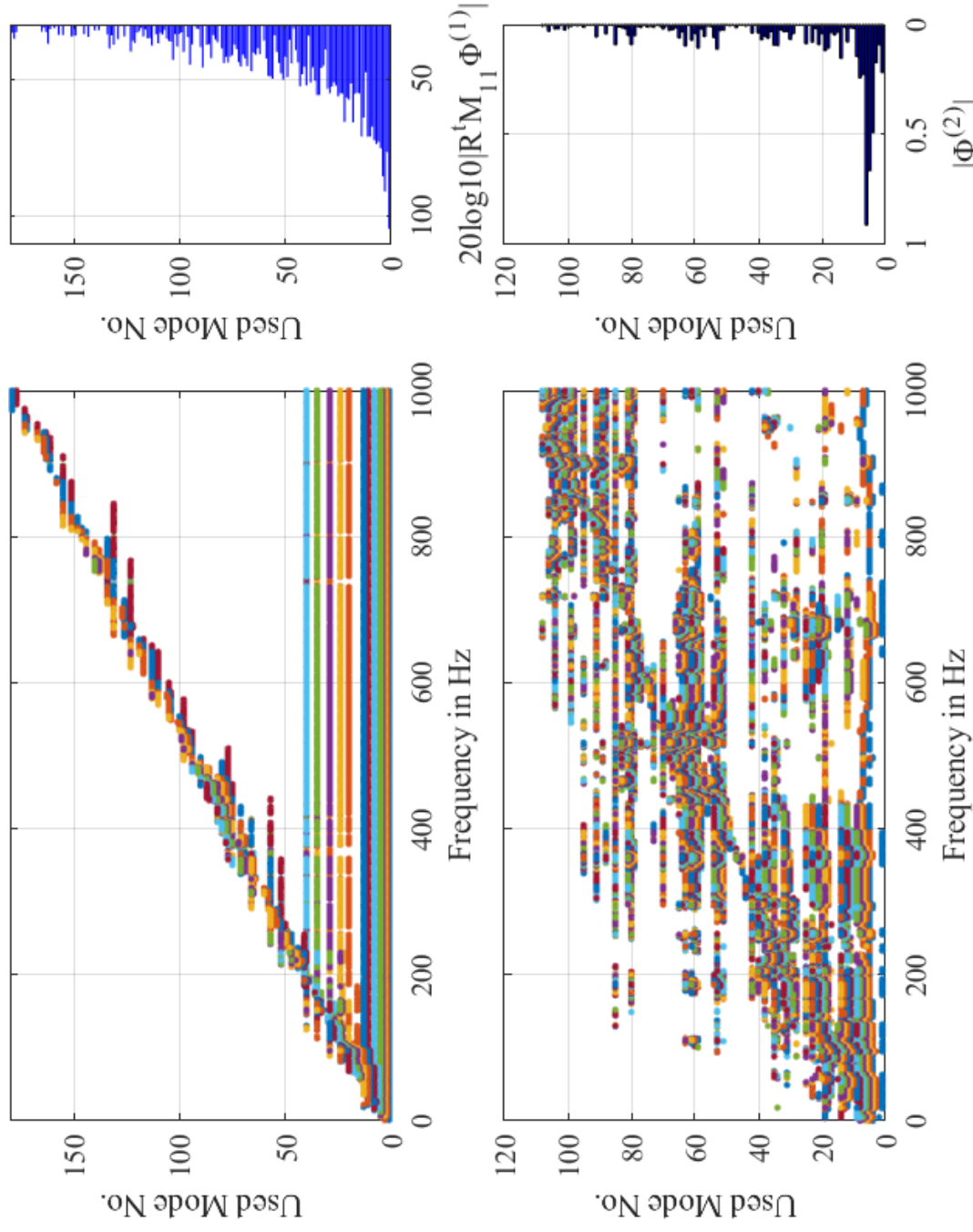
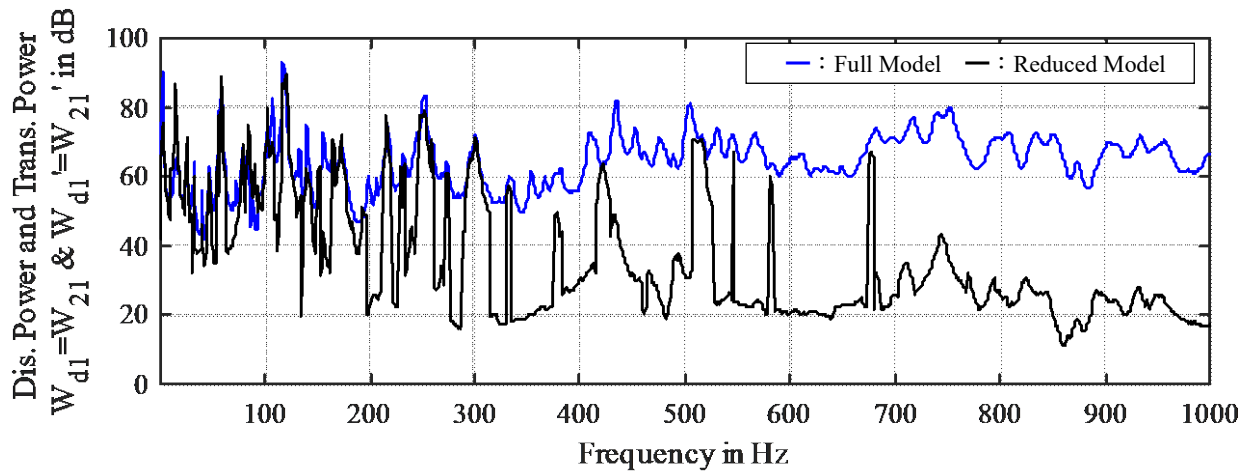
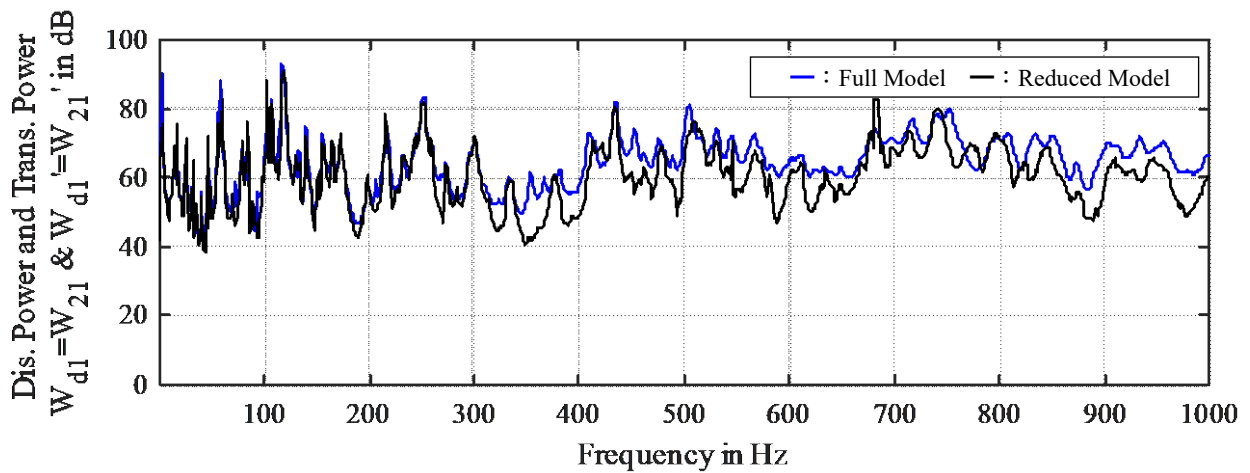


Fig. 54 Relationship of high contributing vibration modes ($sh \cong 0.1$) and $\mathbf{R}^t \mathbf{M}_{11} \Phi_c^{(1)}$ and $\Phi_c^{(2)}$. It is found that the reduced model has modes that are required in the entire frequency band and modes that are required only in the vicinity of the target frequency.

図 55 に、図 53 に示した特異値を 2 次および 4 次まで採用し、閾値 ($sh = q_{1j}V_{ji}/|q_{1j}V_{ji}|_{\max}$, $q_{2k}U_{ki}/|q_{2k}U_{ki}|_{\max}$) を 0.1 とした時のモードを用いた縮小モデルでの伝達パワーと構造 I の消散パワーを比較して示す。いずれのモデルでも、主構造から従構造への伝達パワー W_{21} と従構造での消散パワー W_{d1} は、結合部での減衰を考慮していないため同じになっている。同じ閾値でも考慮する特異値の次数を多くした方が、縮小モデルの精度が大幅に向上している。紙面の都合上省略したが、閾値を小さくするよりも特異値の次数を多くした方が精度が良くなる。特異値 4 次までの縮小モデルでは、300Hz 以下の周波数帯域では全てのモードを用いたモデルとよく一致している。300Hz 以上の周波数帯域でも一部の周波数帯域を除き全ての固有モードを用いた場合と概ね一致しており、本手法を用いて伝達パワーに対し寄与度の高いモードを抽出することが可能なことが分かる。



(a) Transmitted power of small model (1st & 2nd mode and $sh=0.1$)



(b) Transmitted power of small model (upto 4th mode and $sh=0.1$)

Fig. 55 Comparison of transmitted power W_{21} and dissipated power W_{d1} of full model and reduced model. It is found that even with the same threshold, the calculation accuracy of the reduced model is greatly improved by increasing the order of the singular values considered.

3.2.3 対策フレーム・パネルモデルでの試計算結果

図 55 に示す伝達パワーおよび従構造の消散パワーにおいてレベルの高い 110Hz 近傍をねらいとして、伝達パワー低減構造について検討した。伝達パワーに対する結合部の変形状態の影響について考えるにあたって、結合点における実際の固有振動モードを用いると多数の固有モードを考慮する必要があり複雑になるため、結合部の振動モードを代表的なパターンで近似して検討した。今回のフレーム-パネル構造では、結合点を 4 点としていることから、結合点のみの相対変形を示すモードとしては図 56 (a)に示す 4 つのモードパターンが考えられる。これらの 4 つのモードパターンと従構造であるパネルの結合力係数 $R^t M_{11} \Phi^{(1)}$ と主構造であるフレームの振動速度係数 $\Phi_c^{(2)}$ との

MAC (Modal Assurance Criterion) 値を図 56 (b)に示す．なお 110Hz 近傍における縮小モデルに使用したそれぞれの構造の 40 次までの固有モードのみを示すと共に，図中「+」は 118Hz における縮小モデルで用いた固有モードを示している．縮小モデルで使用した固有モードは，いずれの構造でも「結合点の長手方向において前後端部が逆相で変形する」図 56 (a)に示す 2 次のパターンとの MAC 値が大きくなっていることが分かる．特に従構造の方が顕著である．従構造でこれらのモードを抑制するため端部 (10mm) を 2mm に増厚した場合の伝達パワーを求めた結果をオリジナル構造と比較して図 57 に示す．なお，低減効果を確認するため，ここでは全モードを用いた時の主構造から従構造への伝達パワー $W_{21} = W_{d1}$ を示した．

周波数 107Hz, 118Hz 近傍では，端部増厚モデルでは従構造の消散パワー（主構造から従構造への伝達パワー）が減少していることが確認できた．ここで，一般的に構造の振動エネルギー E は消散パワー W_d に内部損失率 η および角周波数 ω を乗じることで算出できる．そのため内部損失率に变化がない場合には，消散パワーの低減は振動エネルギーの低減を意味する．本対策では板厚の増厚のみで内部損失率の変化は生じないと考えられるので，対策によって振動エネルギーが低減できたものと考えることができる．対策後には共振点が少し高くなっており，増厚による質量効果よりも剛性効果の方が大きいものとする．

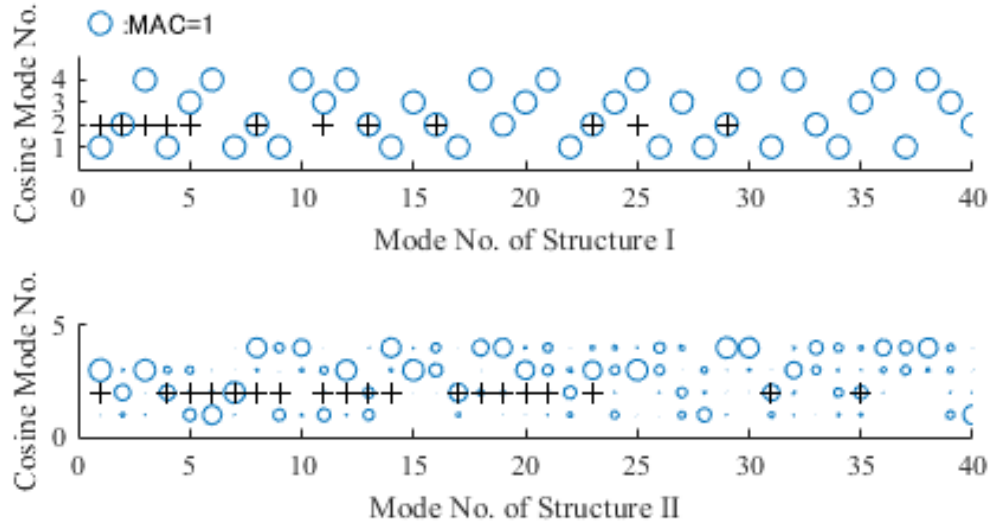
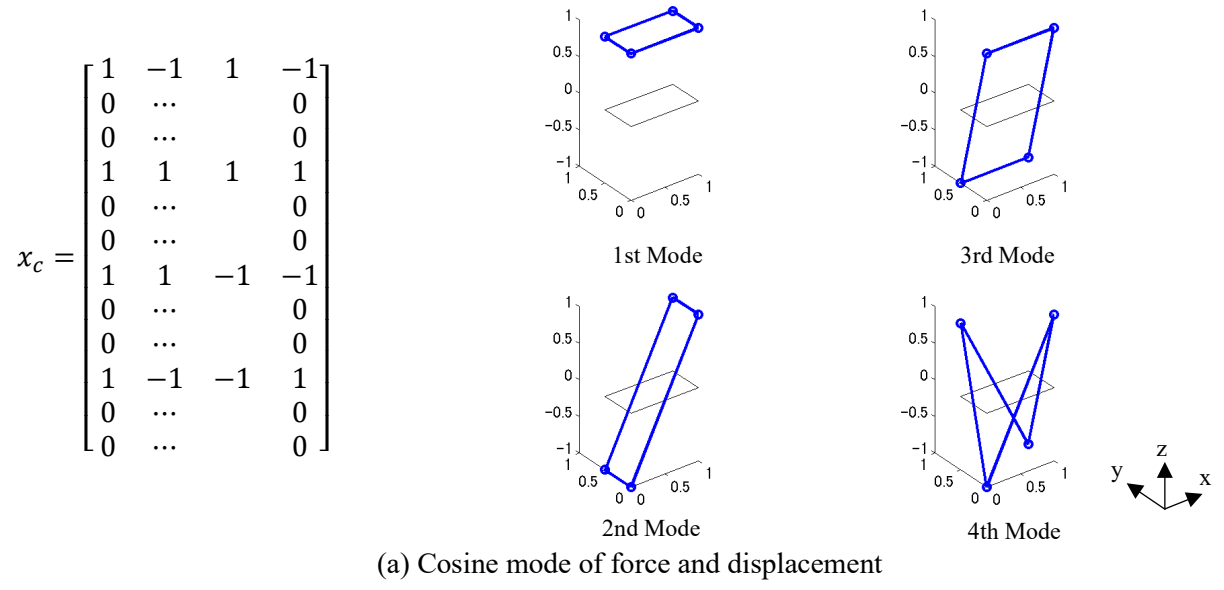


Fig. 56 Cosine mode and MAC value. It is found that the eigenmodes used in the reduced model have a large MAC value with the second-order pattern shown in (a) in each structure.

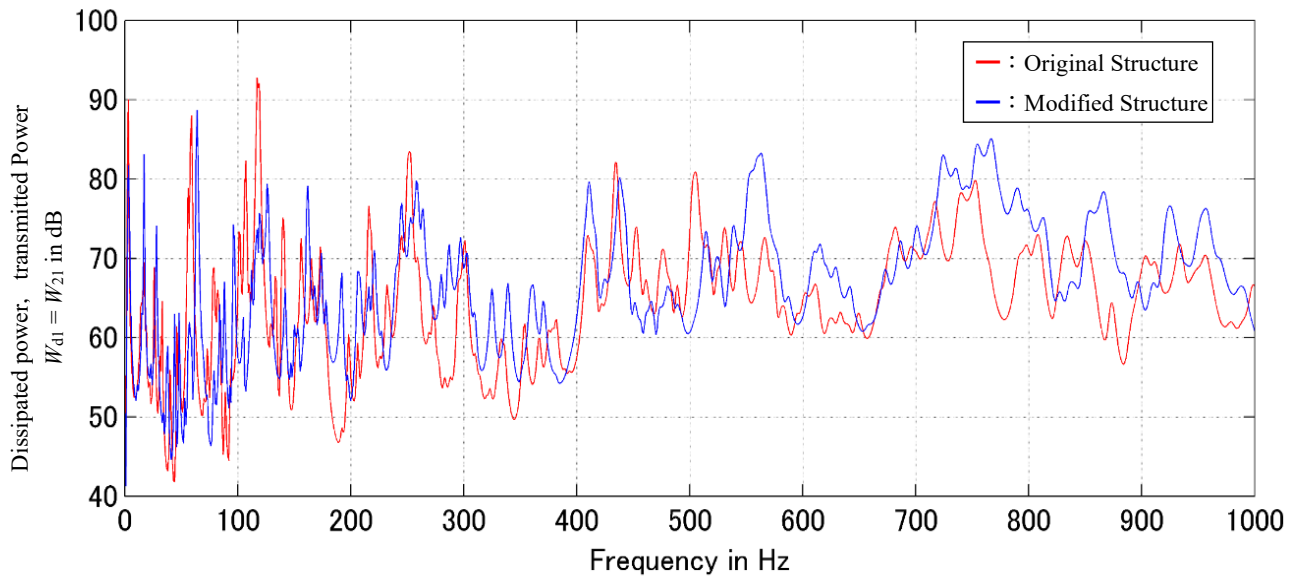


Fig. 57 Comparison of transmitted power W_{21} of original structure and ones of modified structure. In the vicinity of frequencies 107 and 118Hz, it is found that the dissipated power of structure I was reduced in the edge thickening model.

3.3 結言

本研究では、主構造・従構造間の伝達パワーに対する各構造の固有振動モードの寄与度を評価し、縮小モデルを構築する方法として特異値分解の導入について検討した。フレーム-パネル構造に適用し、本手法の有効性と振動低減対策の効果について検証した。主な結果は以下の通りである。

- ① 主構造から従構造への伝達パワーを、結合点における振動速度と主構造から従構造への作用力の積とみなされる事を示し、合わせてこれらへの各構造の固有振動モードの寄与度を特異値分解で求められる事を示した。
- ② 本手法をフレーム-パネル構造に適用し、特異値分解により同定した伝達パワーへの寄与度の高い固有振動モードのみを用いた縮小モデルで伝達パワーを近似計算できることを確認した。
- ③ 寄与度の高いモードの特徴を抽出し、これらのモードを抑制することで伝達パワー（従構造の消散パワー）を低減し、本手法の低振動・低騒音設計への有用性を示した。

第4章 実車構造における車内騒音の低減への適用

これまで述べたモーダルエネルギー伝搬解析法について、分系間の振動パワーフローに寄与の高いモードを抽出し、固有振動特性を変更することで振動レベルを低減できることを、基礎的なモデルにて検証した。本章では本解析法の自動車の車両構造に対する実効性を検証すべく、車両構造モデルへの適用と、そこから得られる設計指針に基づく設計案の振動低減効果を検証した。すなわち、本解析法により、実際の車両構造に対しても、モード形状が複雑化する周波数帯での振動パワーフローに寄与の高いモードを抽出することで、構造変更すべき部位を特定できることを示す。

4.1 車両の内装材への適用

はじめに、車両の内装の振動による放射音の低減を題材に検証を行った。対象構造として、車体との動剛性差が大きく、ロードノイズに対し寄与が高い内装材の一つとして、天井の内装材（Top ceiling, トップシーリング）[36][37]の振動低減を試みた。FEM モデルに本解析法を適用し、車体から内装への伝達パワーに寄与の高い振動モードを抽出する。次に、抽出された振動モード抑制のための構造変更を行うことで、伝達パワー及び振動レベルの低減が可能か検証を行った。最後に解析から得た結果を基に実機での台上および実走試験を行い、振動低減効果を確認した。振動レベルの指標は等価音響放射パワー（Equivalent Radiated Power, ERP）を用い、以下の計算式より算出した。

$$ERP = \frac{1}{2} \rho_f c_f \sum V_n^2 \Delta S \quad (69)$$

ここで、 V_n は要素の法線方向速度、 ΔS は要素面積、 ρ_f は流体密度、 c_f は流体中の音速である。

図 58 (a)に解析に用いた車両の FEM モデルとトップシーリングの位置を示し、図 58(b)にトップシーリングの締結点を示す。図 58(b)中の赤い丸で示した点は車体との締結点、赤い実線で示した箇所は他内装材（A・B・C ピラー）との締結点である。FEM モデルは車体にドア等の蓋物類および内装部材が取り付けられたトリムドボデーモデルである。なお FEM モデルの節点数は車両が約 170 万節点、トップシーリングが約 20 万節点であり、採用モード数は 600Hz までとし車両が約 7500 モード、トップシーリングが約 250 モードである。図 59 に解析によって得られたトップシーリングの等価音響放射パワーを示す。加振入力は図 58 に示すリアトレーリングアームの取り付け点の鉛直方向に単位入力を与えた。図 59 より、110Hz から 140Hz にかけて共振峰がみられ、125Hz 付

近にてピークが生じている。特に 125Hz 帯域は車室内音場のモードとの連成により騒音が生じやすいため、125Hz のピークを対象周波数とした。図 60 に 125Hz における周波数応答解析による車体とトップシーリングの振動形状を示すが、振幅が大きい箇所が複数点在し、車体からトップシーリングへの振動伝達を引き起こす要因を推定することは困難である。

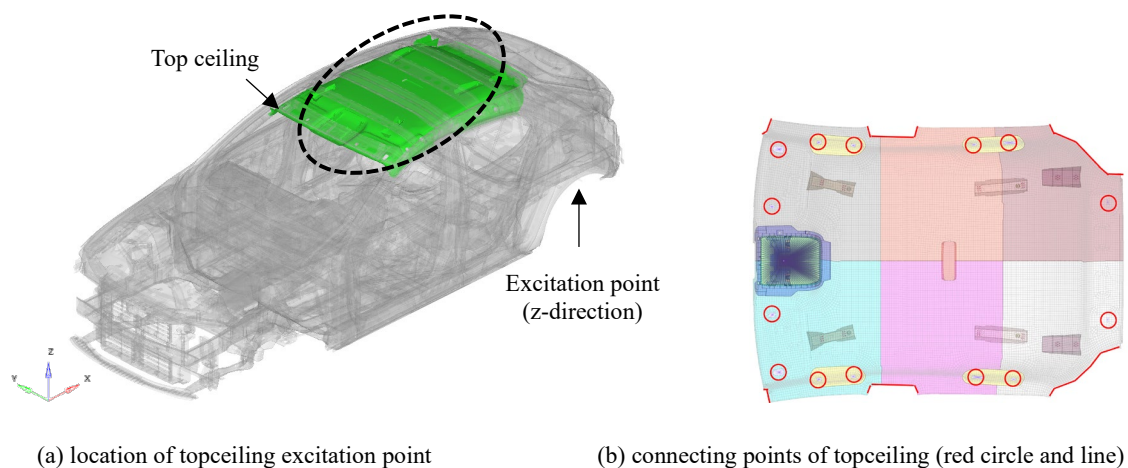


Fig.58 FEM model of trimmed body

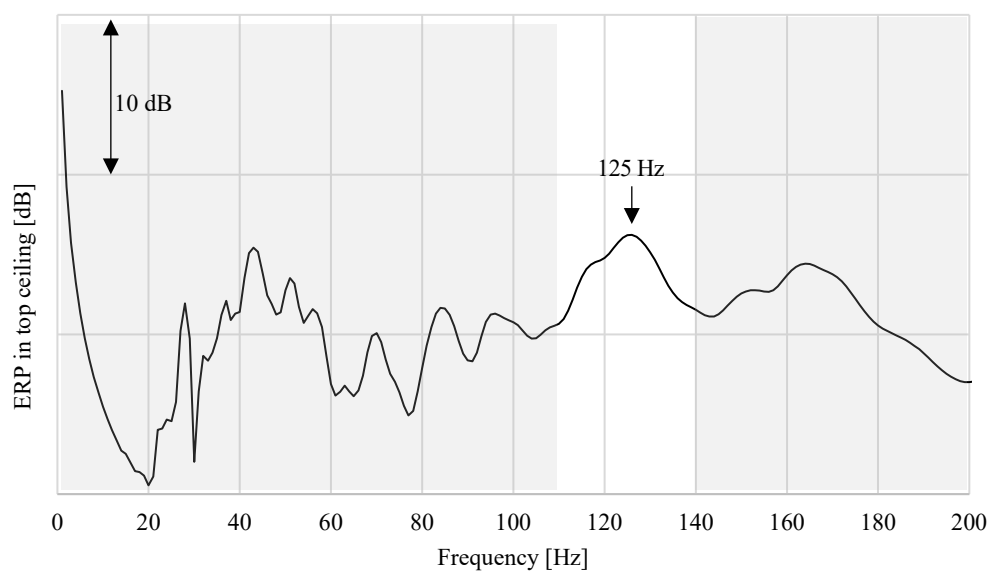


Fig. 59 Calculated Equivalent Radiated Power in top ceiling and target frequency

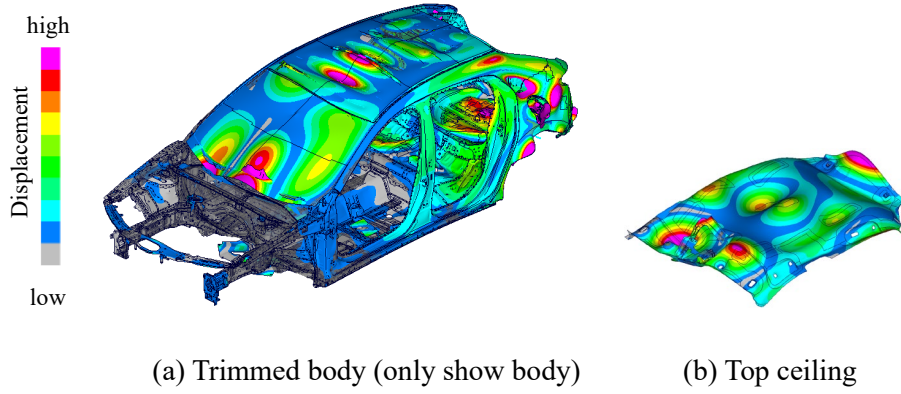


Fig.60 Calculated mode shape by frequency response analysis at 125 Hz

4.1.1 振動パワーとモード寄与度の計算結果

第2章で述べたモーダルエネルギー伝搬解析技術を適用し、振動パワーと固有モードの関係性の評価を行った。対象構造であるトップシーリングを従構造、それ以外の構造を主構造とした。採用モード数は600Hzまでのモードとし、従構造は271モード、主構造は7811モードであった。各構造の固有値解析については、汎用プログラムのMSC Nastranを使用した。

図61に、式(32)、(36)より算出した主構造への入力パワー W_{02} と主構造から従構造への伝達パワー W_{21} ($=W_{d1}$)を示す。図61(a)より、着目する125Hz付近において、入力パワー W_{02} にはピークが見られない一方で、図61(b)に示す伝達パワー W_{21} にピークが生じている。このため、図59の等価音響放射パワーにおける125Hzのピークは、主構造の固有モードの励起による入力パワーの増大に起因するものではなく、従構造の固有モードの励起による伝達パワーの増大に起因するものと考えられる。したがって、従構造のモード特性の変更により伝達パワーを低減することが効果的であると推測される。

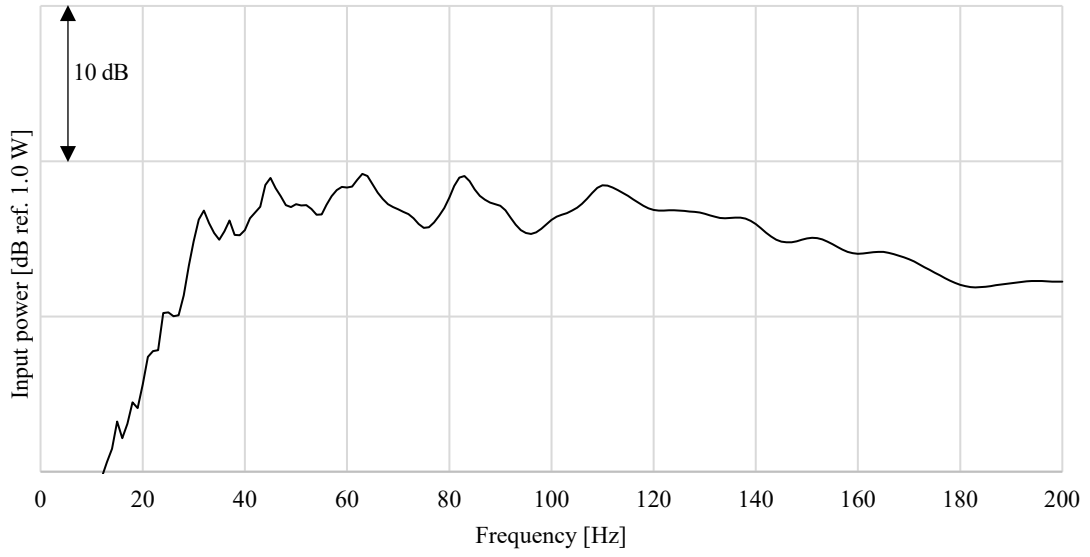
そこで、式(32)の伝達パワーの算出式を変形し、従構造の各モードに伝達される振動パワーの和として算出した。

$$\begin{aligned}
 W_{21} &= \text{Re}\langle j\omega \mathbf{q}_1^{*t} (-\omega^2 \mathbf{Q}^t) \mathbf{q}_2 \rangle \\
 &= \sum_n^{N_1} \sum_l^{N_2} \text{Re}\langle j\omega q_n^{(1)*} (-\omega^2 Q_{ln}) q_l^{(2)} \rangle \\
 &= \text{Re}\langle -j\omega^3 \sum_n^{N_1} q_n^{(1)} \mathbf{Q}_n \mathbf{q}^{(2)} \rangle
 \end{aligned} \tag{70}$$

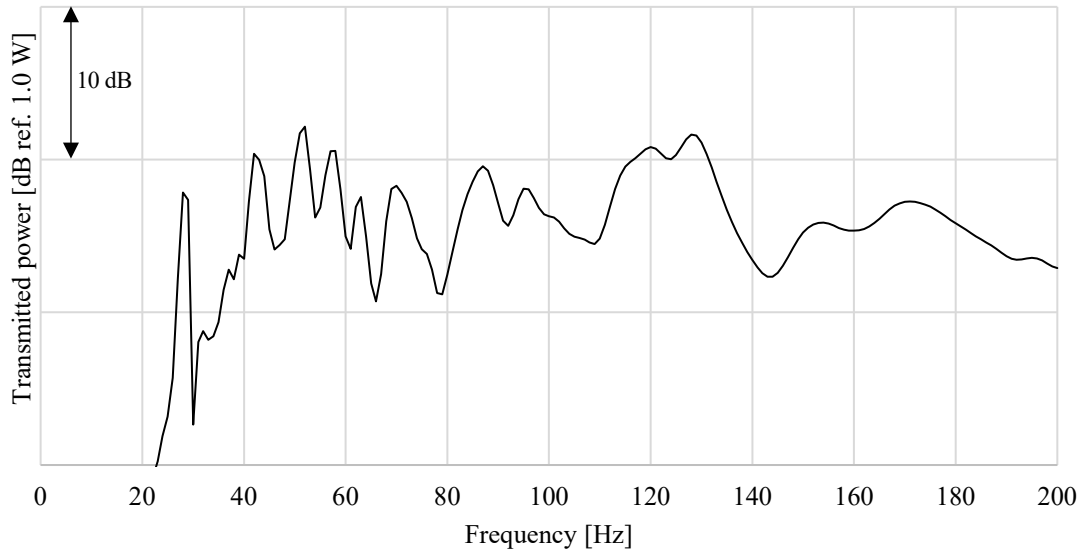
ここで、 \mathbf{Q}_n は式(16)における行列 \mathbf{Q} の各行ベクトルを表す。

図 62 に式(70)より算出した従構造の各モードへの伝達パワーを示す。図 62 から、125Hz 近傍において従構造の第 12 次および第 14 次の固有モードへの伝達パワーが高いことが分かる。ここで従構造の固有振動数は第 12 次 123Hz、第 13 次 127Hz、第 14 次 131Hz であり、必ずしも着目周波数の直近の固有モードの寄与が高いわけではないことがわかる。これらの固有モードの応答を低減すべく、第 12 次および第 14 次のモード有効質量を 1.5 倍に変更したところ、図 63 に示すように、狙いとする 125Hz に対し伝達パワーが 3.0dB 低減していることが確認できる。

なお従来手法を用いても着目周波数におけるモード応答を求めることが可能であるが、等価音響放射パワーないし二乗平均振動速度はモード形状を加味した二乗和であることから、個々のモードの寄与度を明示的に把握することは困難である。これに対し本手法では従構造の各モードに伝達される振動パワーを評価することで、従構造のモード寄与度を同定することができる。



(a) Input power W_{02}



(b) Transmitted power W_{21}

Fig.61 Comparison of calculated transmitted power between original and modified 10th modal mass

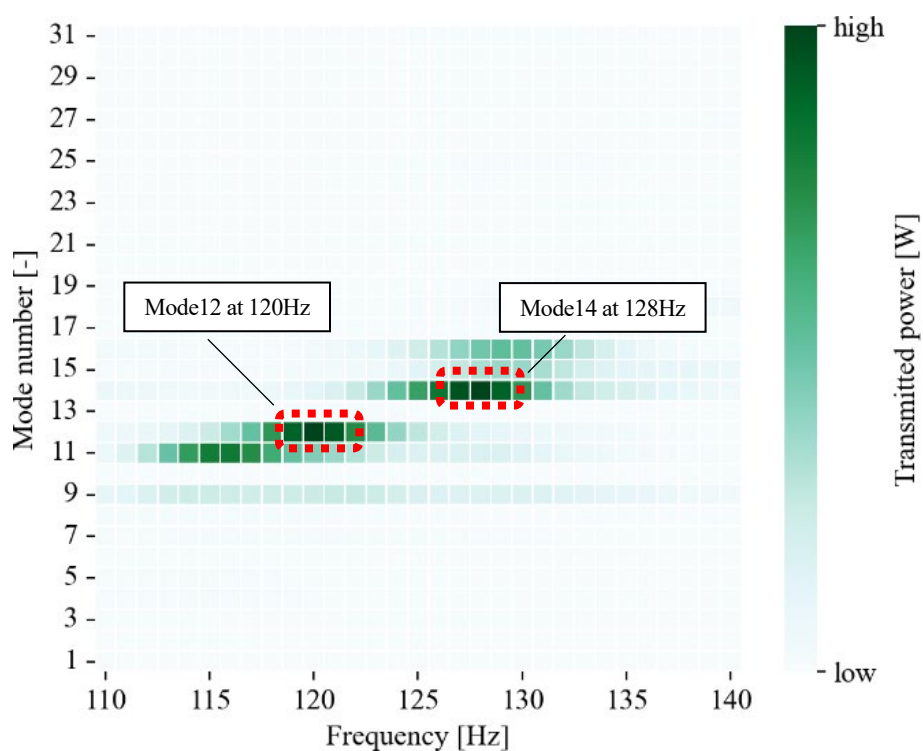


Fig.62 Contribution of eigen mode of topceiling for transmitted power

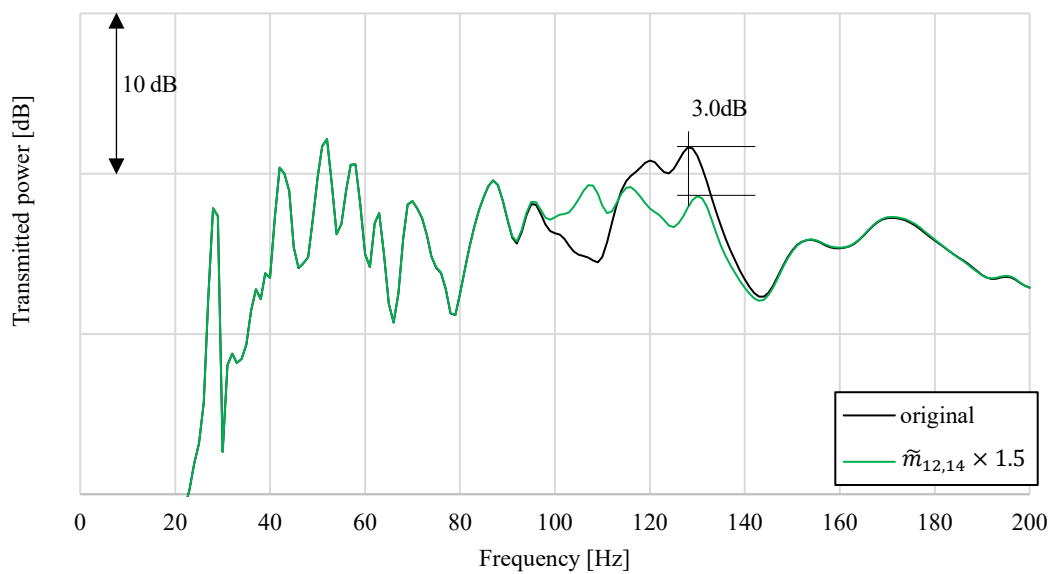


Fig. 63 Calculated transmitted power from rigid structure to flexible structure

4.1.2 高寄与モードの解釈と制御方針

ここで、従構造の第 12 次, 第 14 次の固有モードへの伝達パワーが大きい要因を分析した. 式(32)より, 伝達パワー W_{21} は従構造のモード応答 q_1 , 主構造のモード応答 q_2 および Q の積から算出され

る．第 2.1 節で述べたように， Q は従構造が主構造から受ける強制的な変位 $R\Phi_c^{(2)}$ による慣性力 $M_{11}R\Phi_c^{(2)}$ が，従構造の弾性振動変位 Φ_1 に対してなす仕事に対応するため，強制変位 $R\Phi_c^{(2)}$ と従構造の弾性振動変位 Φ_1 の形状が類似する場合に Q の値は増大する [38]．したがって従構造の第 12 次，第 14 次の固有モードは，主構造から受ける強制的な変位と形状が類似しているため伝達パワーが増大していると考えられる．そこで，着目周波数における強制変位 $R\Phi_c^{(2)}q_2$ を算出し，伝達パワーに寄与の高い従構造のモード変位との比較を行った．

図 64, 65 に 120Hz および 128Hz における主構造からの強制的な変位 $R\Phi_c^{(2)}q_2$ を，図 66 に第 12 次，第 14 次のモード形状を示す．120Hz は従構造の第 12 次のモード，128Hz は第 14 次のモードへの伝達パワーが大きい周波数である．図 64 より，120Hz においてはトップシーリング前端部に左右逆相の変形，後端部に曲げ変形が生じていることがわかる．これに対し，図 66 (a) の第 12 次の固有モードと比較すると，前端部の変形は見られず，後端部の曲げモードが確認できる．このことから，120Hz では図 64 (b) の黒点線で囲った後端部における主構造からの強制変位と第 12 次の固有モードの変位が類似することで伝達パワーが増大していると考えられる．

次に，図 65 に示す 128Hz における強制変位では，120Hz と同様な前端部の左右逆相の変形と，後端部の左右逆相の変形が見られる．これに対し図 66 (b) に示す第 14 次のモードでは，トップシーリング全体が曲げ変形を生じているが，前端部に左右逆相の変形が確認できる．このことから，128Hz では図 65 (a) に黒点線で囲った前端部の左右逆相の変形が類似することで，伝達パワーが増大していると考えられる．

以上のことから，着目周波数帯において従構造が主構造から受ける強制的な変位と従構造の固有モードによる変位形状が類似している場合に伝達パワーが増大すると考えられる．そのため，伝達パワーの制御方針として，従構造の寄与の高い固有モードに対する構造変更による固有振動数の変更や強制変位と類似する変形の抑制，および結合領域の構造変更による主構造からの強制的な変形の抑制が考えられる．そこで，次項では各制御方針に基づいた振動低減の検討を行った．

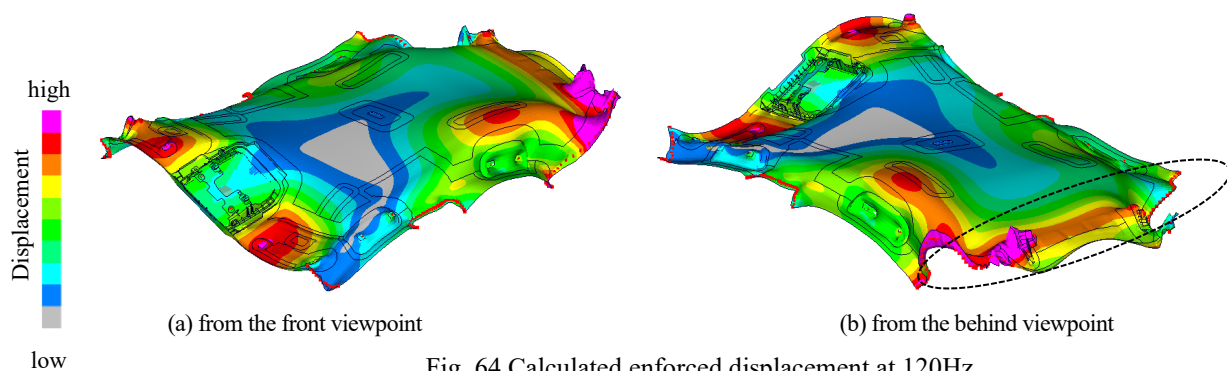


Fig. 64 Calculated enforced displacement at 120Hz

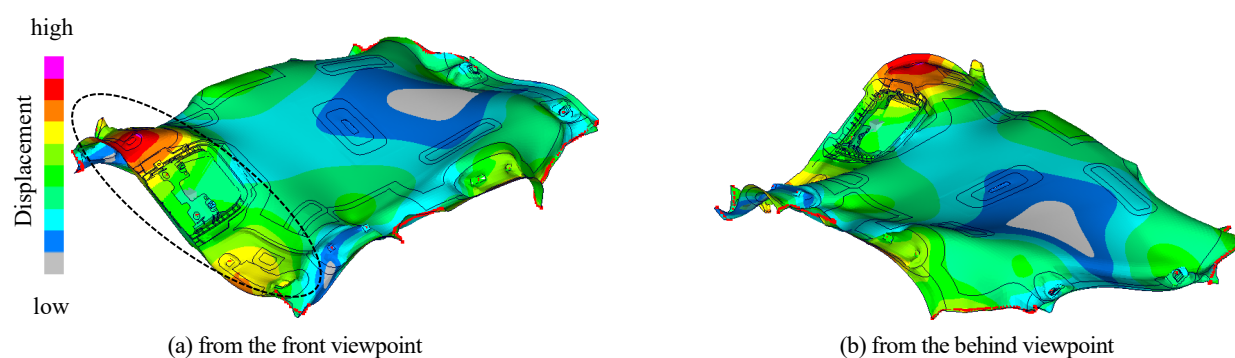


Fig. 65 Calculated enforced displacement at 128Hz

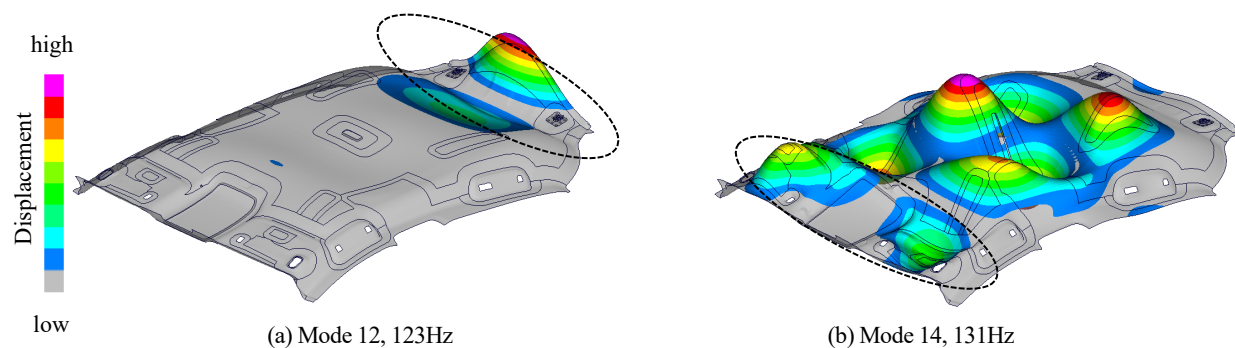


Fig. 66 Mode shape of top ceiling with high contribution for transmitted power

4.1.3 モード変位の制御による振動低減

はじめに従構造の固有モードの変形の抑制による振動低減について検討した。

第 12 次の固有モードに対しては後端部の、第 14 次には対しては前端部の変形を抑制し、強制変位との類似性を低下させることが効果的であると考えられる。そこで、第 12 次のモードに対しては図 67 (a)に示すように、後端部の板厚を 15%増加させることで変形の抑制を試みた。また第 14 次のモードに対しては図 67 (b)に示すように前端部の変形の腹となる箇所質量を計 15g 付加し、変

形の抑制を試みた。質量は図 67 (b)にて赤く示した板要素の密度変更により付加し、第 14 次モードの有効質量を 1.5 倍に増加させることを狙い 15g と決定した。図 68 に変更前後でのトップシーリングの等価音響放射パワーを示す。狙いとした 125Hz に対し、後端部の板厚増加により 0.9dB, 前端部への質量付加により 2.2dB 低減できていることがわかる。本報告では結合点のエネルギー散逸は無いものと仮定しているため、伝達パワーは伝搬先の消散パワーと一致する。また今回の構造変更では内部損失率の変化は無いと考えられるため、消散パワーの低減により振動エネルギーないし二乗平均振動速度および等価音響放射パワーが低減したと考える。

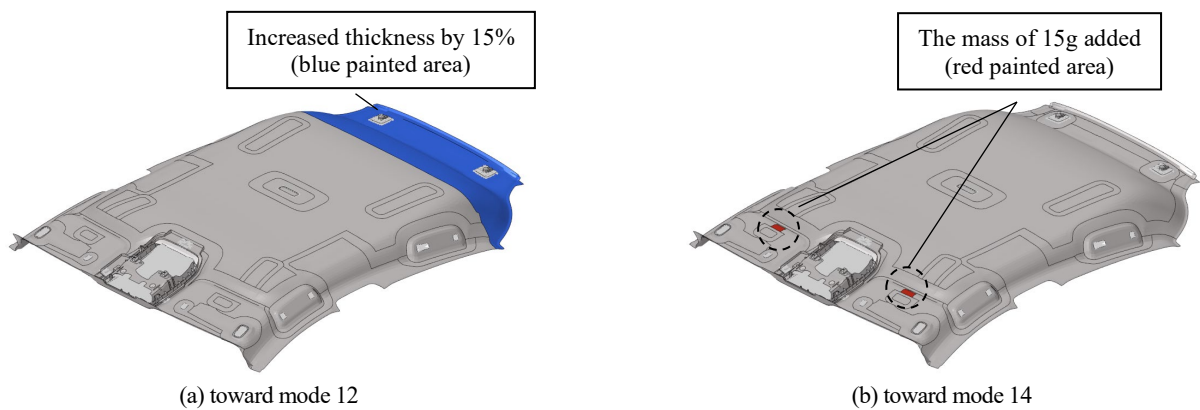


Fig. 67 Modified area of top ceiling

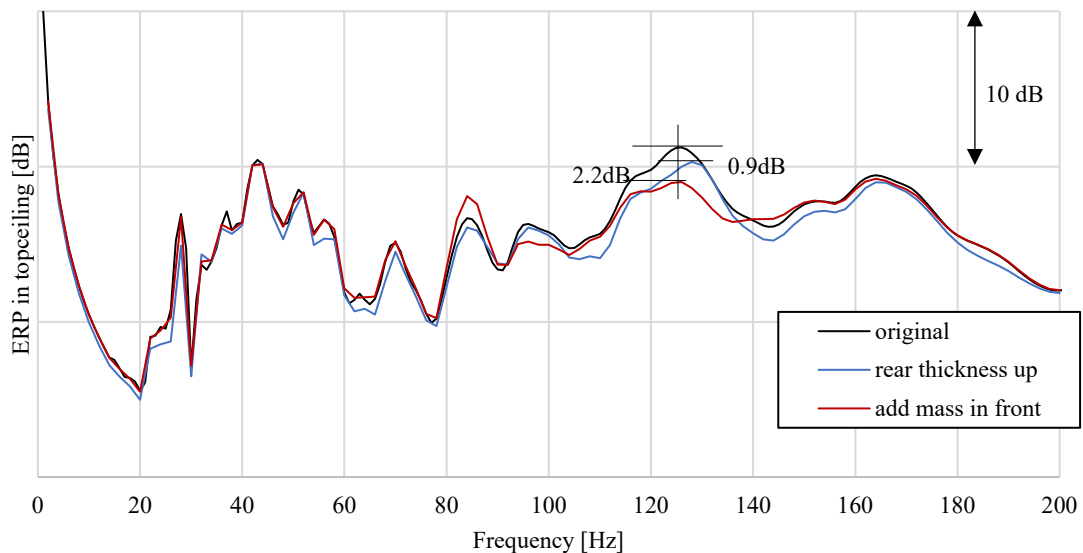
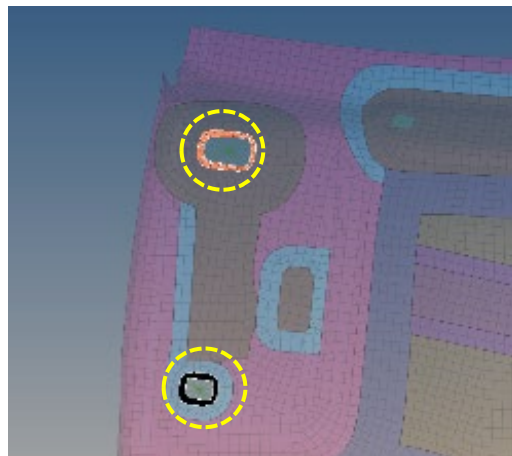


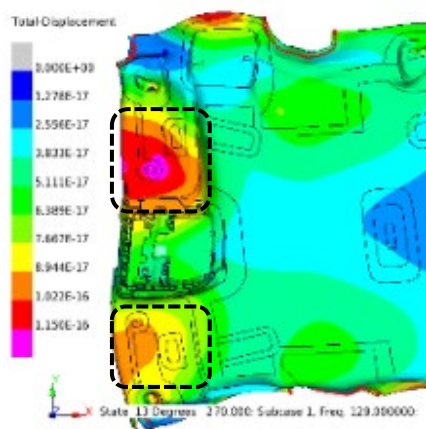
Fig. 68 Comparison of Equivalent Radiated Power in top ceiling between original and modified

4.1.4 強制変位の制御による振動低減

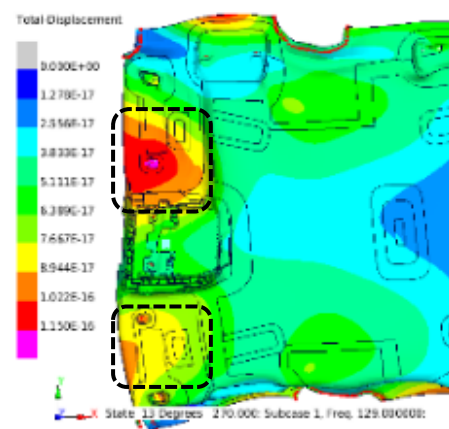
次に主構造からの強制的な変形を抑制すべく、128Hzにおけるトップシーリング先端の二次曲げの変形の抑制を狙い、図 69 に示すようにトップシーリング先端の車体との結合点周辺の剛性を低下させることを試みた。結合部周辺の材料のヤング率を 1/10 倍に変更したところ、図 69 に示すように結合点周辺の強制変位成の抑制を確認できた。図 70 に示す等価音響放射パワーも狙いとした 125Hz 付近が低減していることから、強制変位成分の抑制による振動低減も可能であることが確認された。なお図 70 において 80Hz 付近のピークの増加が見られるが、これは締結点の剛性を低下させたことにより、トップシーリング先端部に二次曲げの変形を生じる固有モードの固有振動数が低下し、80Hz 付近の車体との強制変位との類似性が上がったことに起因すると考えられる。ただし 80Hz 付近は 125Hz 付近と比較しトップシーリングからの放射音の寄与は小さいため、車内音への影響は小さいと考える。



(a) Modified area around connecting points



(b) original



(c) modified

Fig.69 Modified area of connecting points and comparison of enforced displacement between original and modified

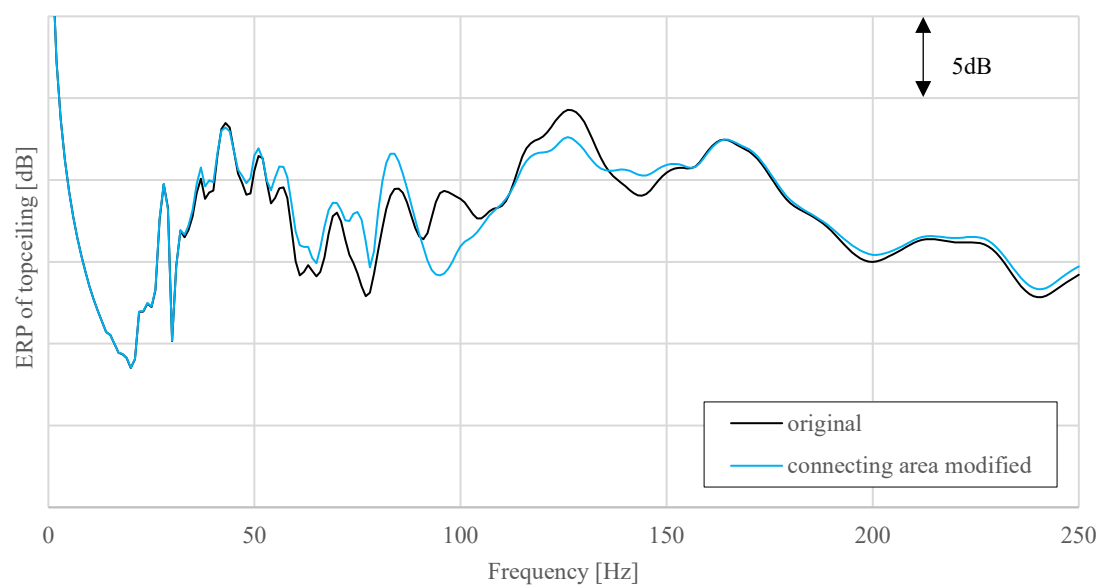


Fig.70 Comparison of calculated Equivalent Radiated Power of topceiling between original and connecting area modified

4.2 実験による振動低減効果の検証

4.1 節から得られた伝達パワーの増大要因とこれに基づく振動制御方針をもとに、実機のトップシーリングに構造変更を施し、台上・実走試験にて振動レベルおよび乗員耳位置音圧の低減効果を検証した。

4.2.1 台上試験

台上試験では図 58 に示した加振点をシェイカーにて加振し、図 71 に示すようにトップシーリング全面(104 点)の加速度を、レーザードップラ振動計を用いて非接触にて計測を行った。加振は 400Hz までのランダム加振とした。図 72 に加振波形の 1 例を示す。また前席右側にマイクロホンを設置し、耳位置音圧を計測した。マイクロホン位置は座面から高さ 700mm とし、ヘッドレスト横に固定し計測を行った。計測に用いた装置は、シェイカー (Brüel & Kjær, Type 4825), レーザードップラ振動系 (polytec, NLV-2500), マイクロホン (Brüel & Kjær, Type 4190), フロントエンド (Brüel & Kjær, PULSE システム (Type 7536、2026、3109、3032A)) である。

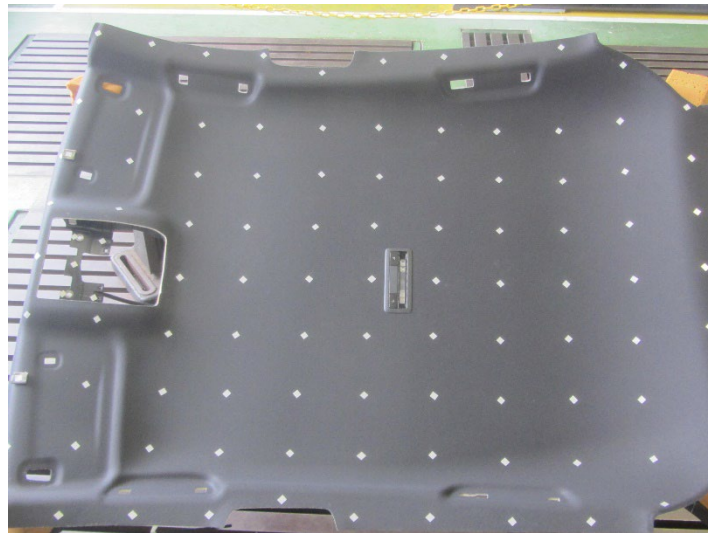


Fig. 71 Measuring points of top ceiling (104 points) for bench test

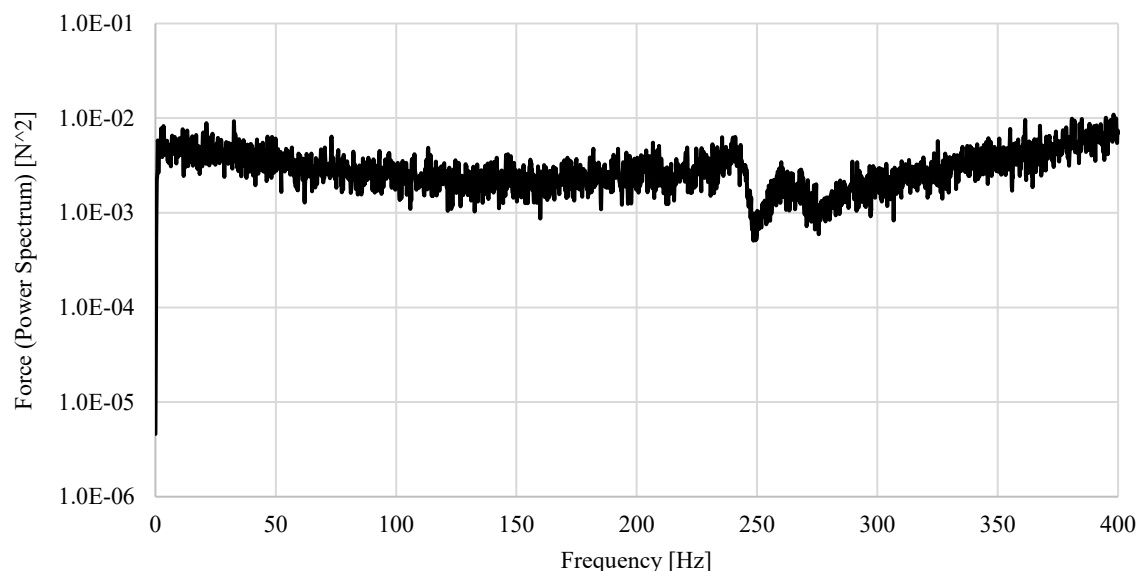


Fig.72 Measured force at excitation point for bench test

固有モード変位の制御については、図 74 に示すように 25g の質量をトップシーリング表面に貼付しているが、図 73 に示すように FEM と実機のトップシーリングのモード形状が同様の二次曲げであるが腹位置に誤差があったことから、実機のモード形状に合わせ質量付加位置を調整している。図 75(a)にトップシーリングの等価音響放射パワー、図 75(b)に乗員耳位置での音圧 (SPL) を示す。等価音響放射パワーにおいては 125Hz のピークが 3.1dB 低減できていることが確認でき、4.1.3 項で述べた解析結果と同様の傾向の結果が得られた。乗員耳位置音圧 (SPL) においても 125Hz のピークが 0.9dB 低減しており、狙いとする周波数帯におけるトップシーリングからの放射音を低減できていることが確認できた。なお 190Hz 付近での SPL の増加が見られるが、ERP において同じ 190Hz 付近でレベルの低減が見られることから、トップシーリングからの放射音による耳位置音圧に対する打消しの効果が減少したためと考えられる。一方 125Hz ピークと比較しレベルが小さいため、問題は無いと考える。

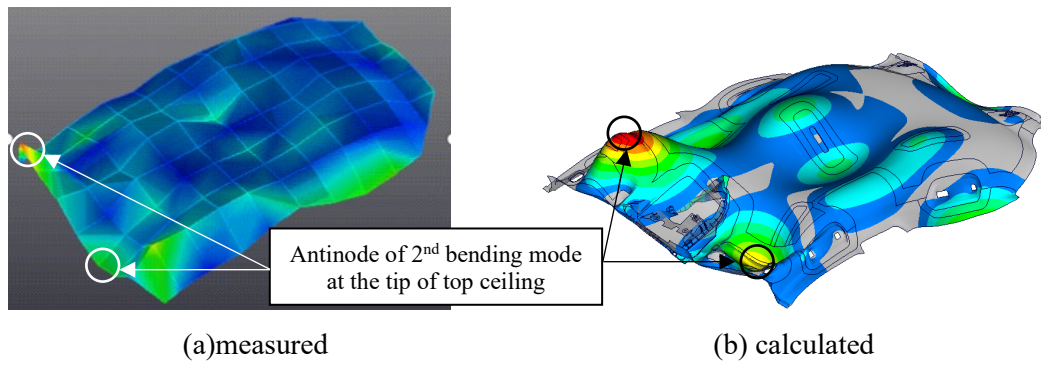


Fig.73 Comparison of measured and calculated mode shape of top ceiling at 125Hz

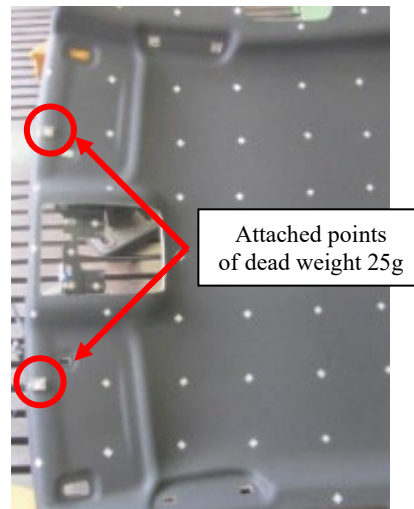
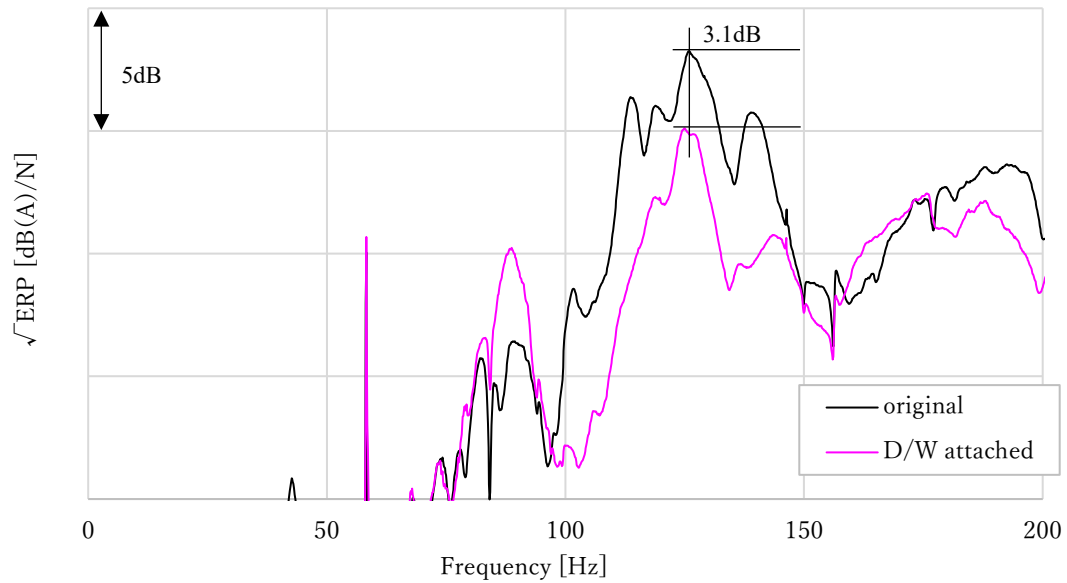
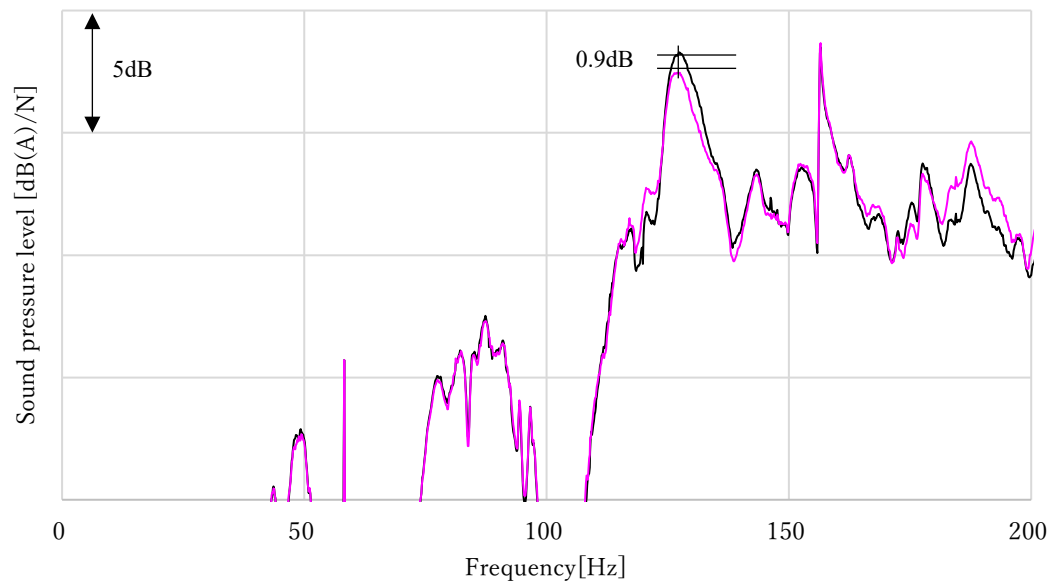


Fig.74 Attached points of dead weight on topceiling



(a) Equivalent Radiated Power of top ceiling



(b) sound pressure level at driver's ear point

Fig.75 Comparison of measured Equivalent Radiated Power and sound pressure level between original and dead weight attached on bench test

強制変位制御については、図 76 に示すように結合部周辺の基材に切欠きを設けることで、剛性の低下を実現した。図 75, 76 にそれぞれの構造変更に対するトップシーリングの等価音響放射パワー、耳位置音圧の計測結果の比較を示す。解析結果と同様 125Hz ピークに対し、狙い通り低減できていることが確認できる。

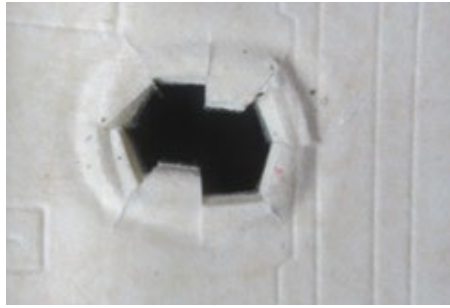
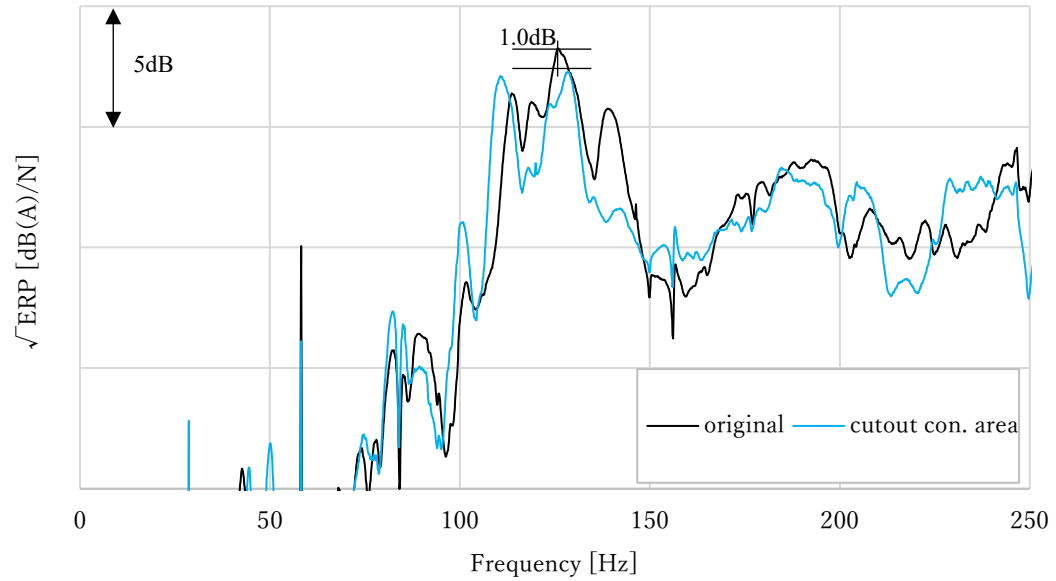
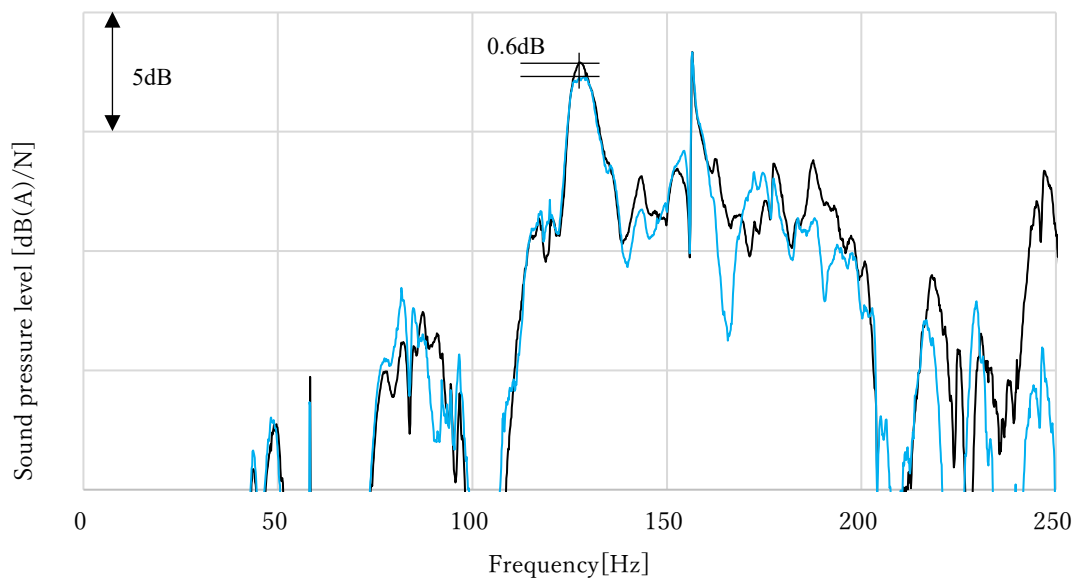


Fig.76 Cutout point of connecting area of topceiling



(a) Equivalent Radiated Power of topceiling



(b) sound pressure level at driver's ear point

Fig. 77 Comparison of measured Equivalent Radiated Power and sound pressure level between original and connecting area modified on bench test

4.2.2 実走試験

最後に、これまで得られた結果を基に実走実験にて有効性を検証した。実走試験では、マツダ(株) 三次自動車試験場コース内の粗粒路(直線)を 100km/h で 8 秒間走行し、マイクロホンにて耳位置音圧を計測した。マイクロホンの位置は座面から高さ 700mm の位置とし、助手席ヘッドレスト側面にマイクロホンを取り付けて測定を行った。計測は 5 回行い、1/3 オクターブバンド周波数分析後に平均化処理を行った。また 100km/h を選定した理由は、タイヤ共振との連成により 125Hz ピークが生じやすく、低減効果の検証に適していると判断したためである。

図 78 に実走試験における構造変更箇所を示す。モード変位制御ではフロントヘッダーとの干渉を避け、トップシーリング裏側にデッドウェイトを付加した。強制変位制御では結合部周辺の板厚を低減させることで剛性の低下および車体との接触を緩和させた。図 79 に実走試験における構造変更前後の 125Hz 帯域の耳位置音圧の比較を示す。計測は 5 回行い平均化処理を行っており、計測ばらつきは 0.3dB ほどである。これを考慮すると、図 79 のモード変位制御については 20g 付加時に 0.39dB、強制変位制御では 0.53dB の低減が見られ、構造変更による低減効果は妥当であると判断できる。

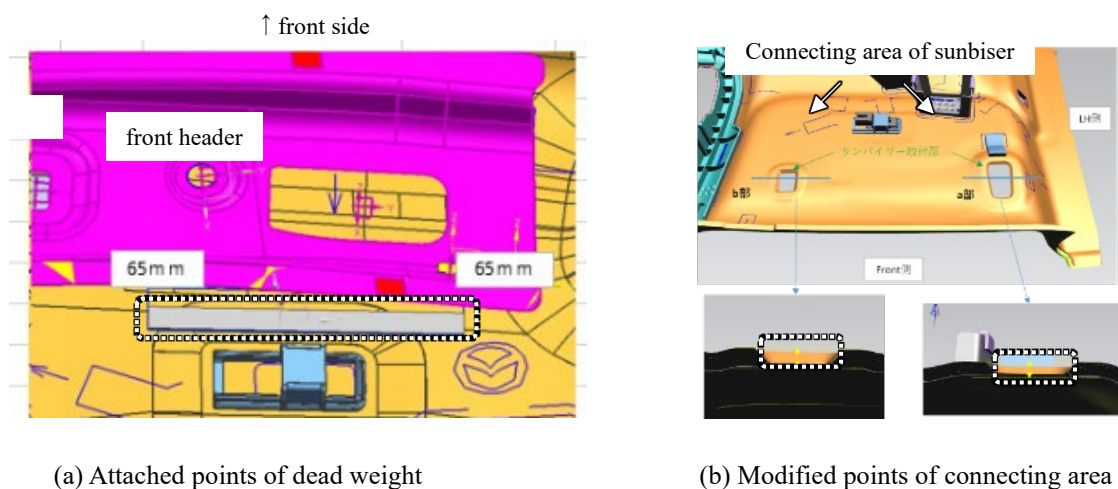
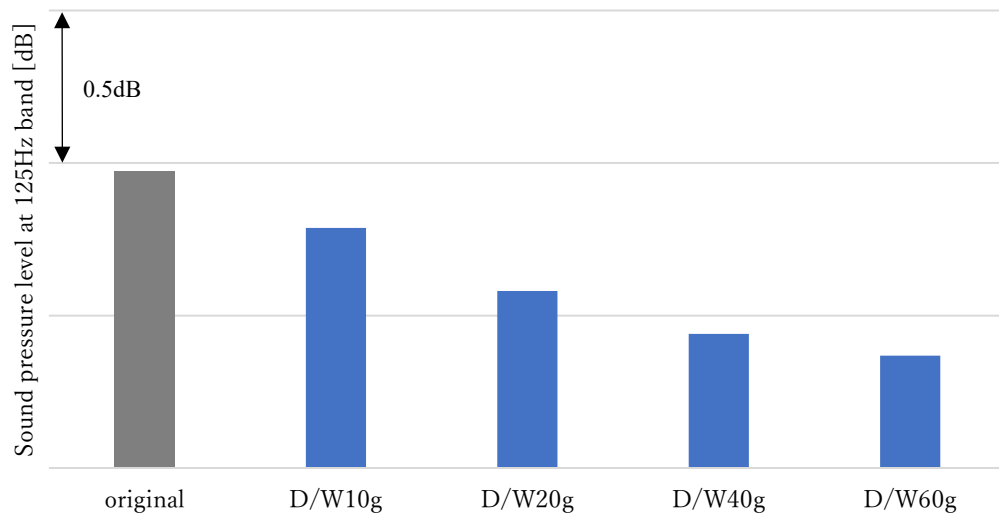
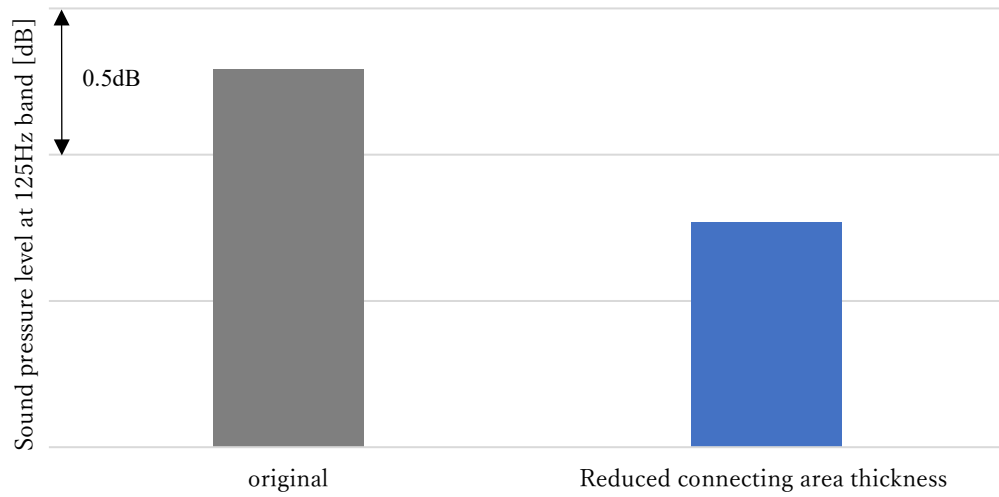


Fig.78 Modified area of Top ceiling for road test



(a) The case of dead weight attached



(b) The case of connecting area modified

Fig.79 Comparison of measured sound pressure level at drive's point between original and modified

4.3 車両のパネル構造への適用

続いて、車体のセンターフロアパネルへの適用を行った。センターフロアパネルは2ndシート座面下に位置するパネル構造で、ロードノイズに対し寄与の高い構造の1つである [39] [40]。図 80 にセンターフロアパネルの FEM モデルを示す。加振点はトップシーリングの例と同様にリアトレーリングアーム取り付け点の鉛直方向とした。図 81 に式(69)より算出した、センターフロアパネルの等価音響放射パワーを示す。対象周波数として、ロードノイズへの寄与が大きい 250Hz のピークを選定した。またエネルギー伝搬解析法の適用においては、センターフロアパネルを従構造、センターフロアパネル以外のトリムボデーを主構造として解析を行った。

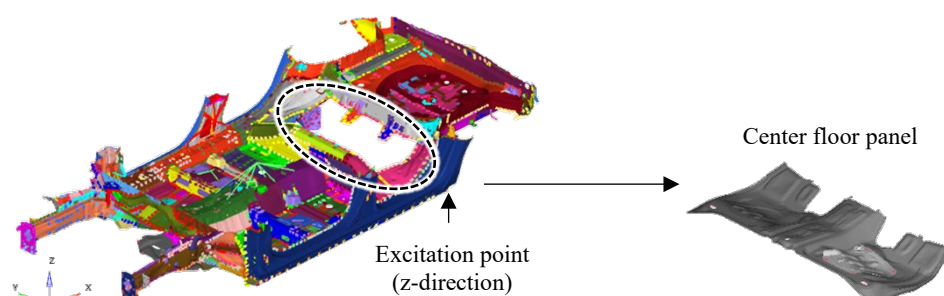


Fig. 80 FEM model of body and location of center floor panel

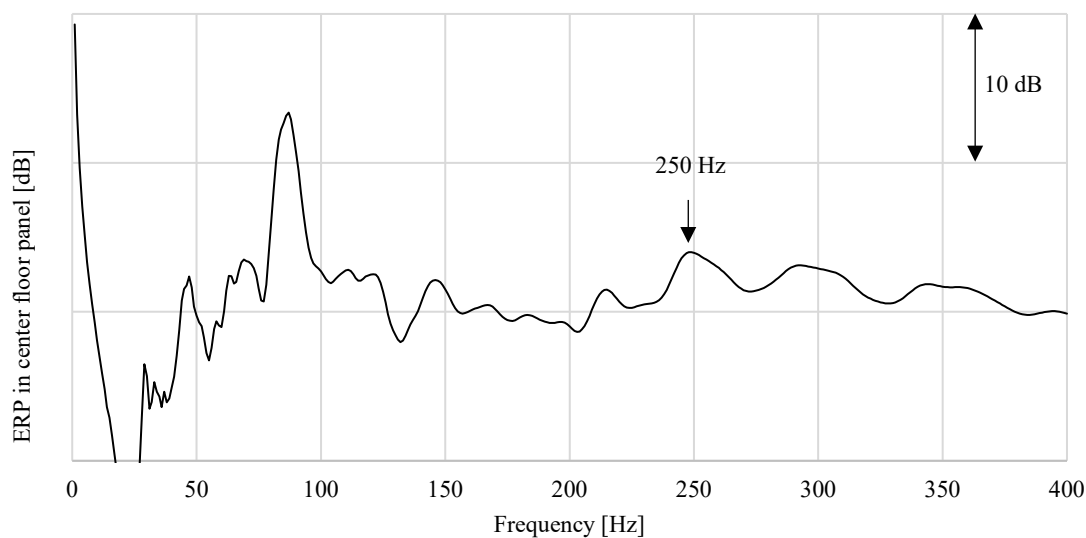


Fig. 81 Calculated Equivalent Radiated Power in center floor panel and target frequency

4.3.1 振動パワー計算結果とモード寄与度評価

図 82 にエネルギー伝搬解析法を適用し算出した、車体からセンターフロアパネルへの伝達パワ

ーを示す。等価音響放射パワーの計算結果と同様に、伝達パワーにおいても 250Hz においてピークを形成していることが確認できる。トップシーリングの例と同様に、センターフロアパネルの固有モードによる変位と結合点を介して車体から受ける強制的な変位が類似することで伝達パワーが増大していると仮定し、250Hz におけるそれぞれの変位を算出し比較を行った。図 83 に計算から得られたモード変位と強制変位を示す。図 83(a)に示すモード変位については、赤い点線で囲ったサービスホール（燃料タンクへアクセスするための点検用の穴）周辺と、白い点線で囲ったパネル中央部に大きな変形が見られる。一方、図 83(b)に示す強制変位については、赤い点線で囲っているサービスホール周辺の変形は見られるものの、白い点線で囲ったパネル中央部には変形は見られない。これらのことから、モード変位と強制変位で形状が類似しているサービスホール周辺の変形が伝達パワーの増大に影響しており、変位の形状が類似していないパネル中央部の変形は影響が小さいと推測できる。

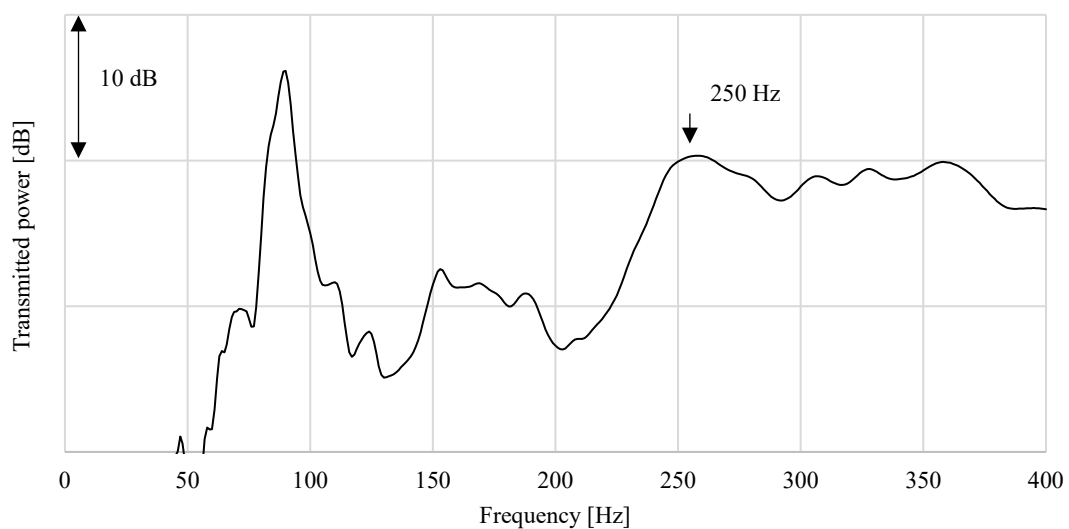


Fig. 82 Calculated transmitted power from body to center floor panel

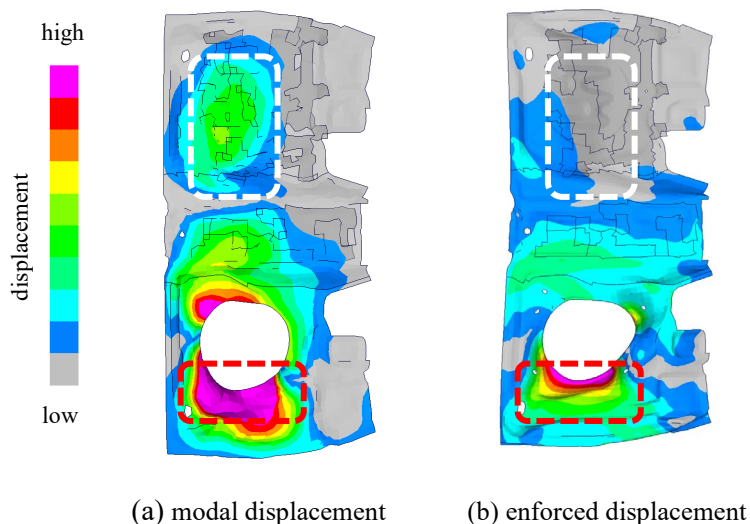


Fig. 83 Comparison between calculated modal and enforced displacement at 250 Hz

式(67)より算出した、250Hz の伝達パワーに対するセンターフロアパネルの各固有モードの寄与度と、最大の寄与を示す第 6 次モードのモード形状を図 84 に示す。ここで式(67)における特異値 λ は 10 次まで採用している。第 6 次のモード形状を見ると、サービスホール周辺が大きく振動するモードであることが確認できる。この第 6 次モードの応答を抑制すべく、モード質量を 1.5 倍に増加させたところ、図 85 に示すように対象周波数である 250Hz のピークが 1.5dB ほど低減していることから、第 6 次モードが伝達パワーに寄与の高いモードであることがわかる。

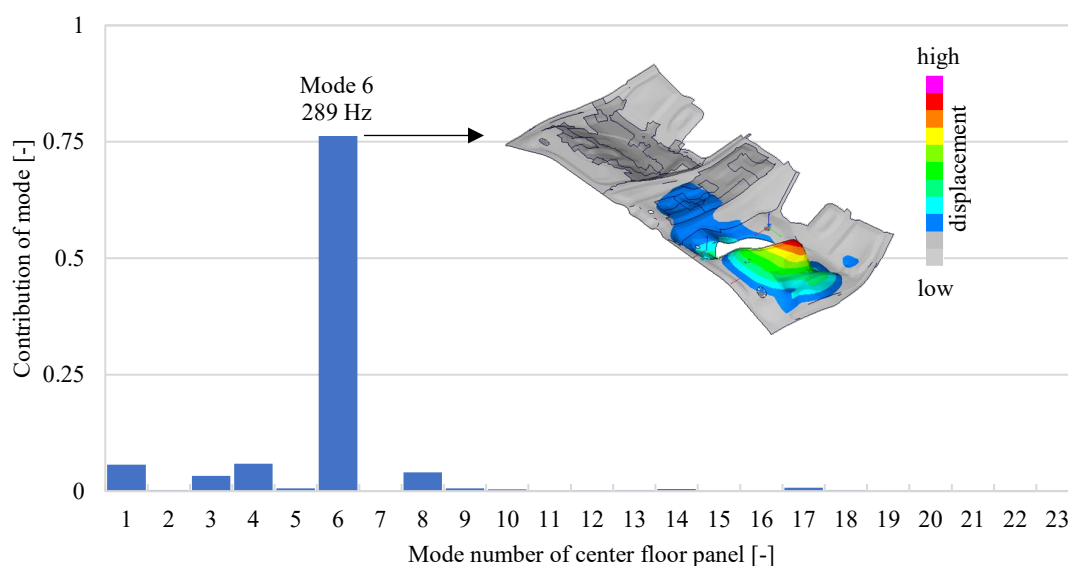


Fig. 84 Calculated mode contribution of center floor panel for transmitted power and mode shape with high contribution

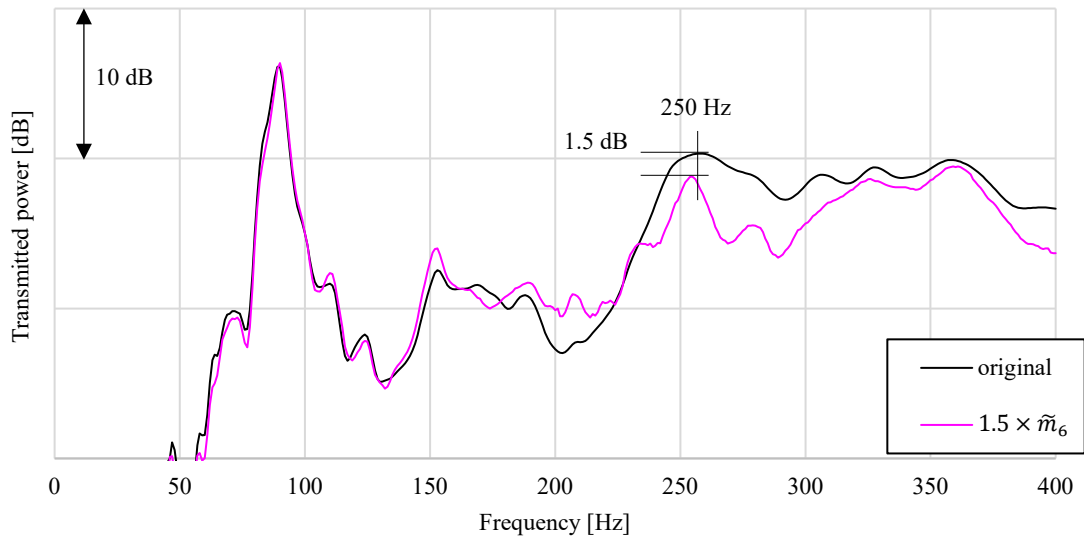


Fig. 85 Comparison of calculated transmitted power between original and 6th modal mass modified

これまでの検討から、センターフロアパネルの第6次モードが伝達パワーに寄与が高く、第6次モードのモード特性を変更することで伝達パワーを低減できることが確認された。そこで、実際の構造へと反映させるべく、第6次モードの最大変位に集中質量を付加することでモード有効質量を増加させることを試みた。第6次モードのモード有効質量から概算し、37gの集中質量をサービスホール周辺へ付加した。図86に集中質量の付加位置を、図87に質量付加前後のモード変位の比較を示す。図87(a)および(b)の赤い点線で囲った部分に示すように、質量付加によって強制変位と類似したサービスホール周辺の振動が抑制されていることがわかる。最後に、センターフロアパネルの等価音響放射パワーの低減効果を確認した。図88に質量付加前後のセンターフロアパネルの等価音響放射パワーを比較したものを示す。対象周波数である250Hzのピークに対し、質量付加により1.8dB低減できていることが確認できる。

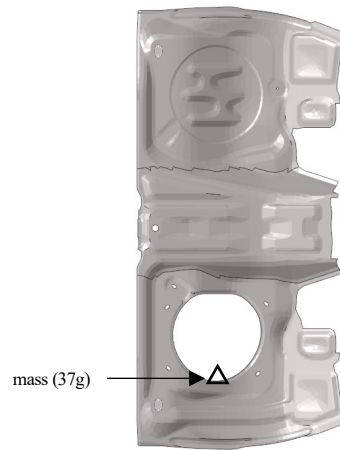


Fig. 86 Attached point of mass at service hole

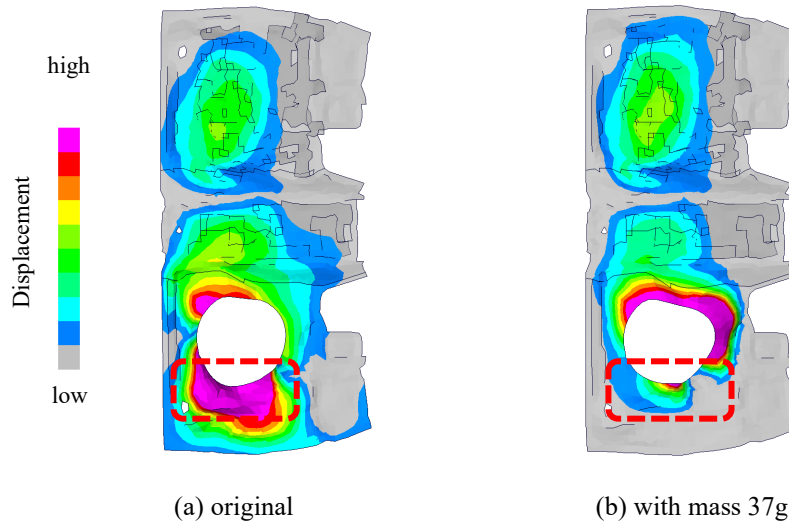


Fig. 87 Comparison of modal displacement between original and mass attaches

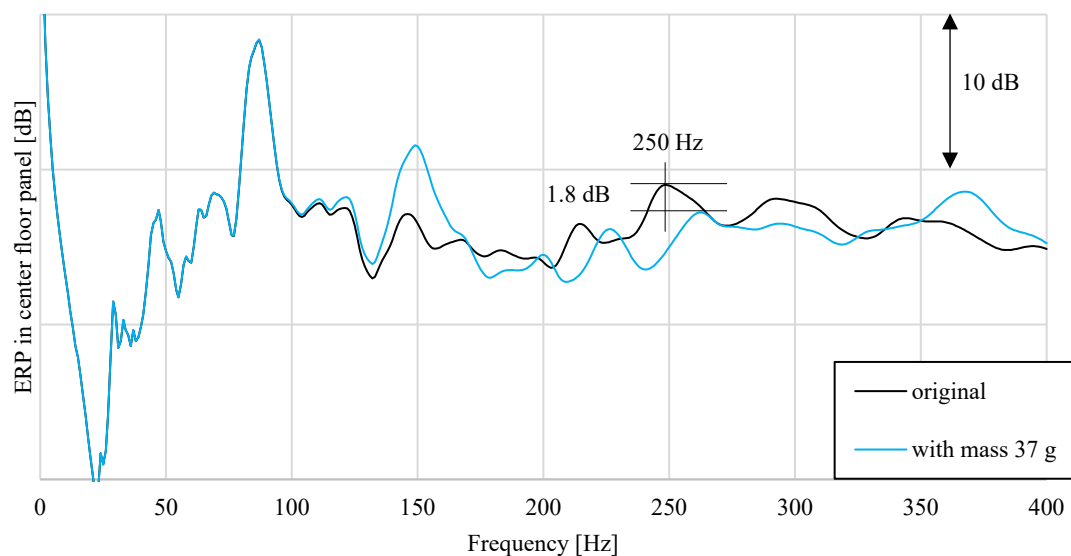


Fig.88 Comparison of calculated Equivalent Radiated Power in center floor panel between original and mass attached

4.3.2 台上試験による振動低減効果の検証

最後に、4.3.1 項の解析結果から得られた振動低減構造について、実機のセンターフロアパネルへ反映し加振試験を行うことで、乗員耳位置音圧低減効果の確認を行った。加振入力および計測点、はトップシーリングの例と同様に、図 80 に示す加振点をシェイカーにて加振し、前席左側の乗員耳位置音圧をマイクロホンにて計測した。図 89 に質量付加位置を示し、図 90 に質量付加前後の耳位置音圧（Sound Pressure Level ,SPL）の比較を示す。質量付加により、狙いとする 250Hz のピークに対し 0.75dB の低減が確認できる。

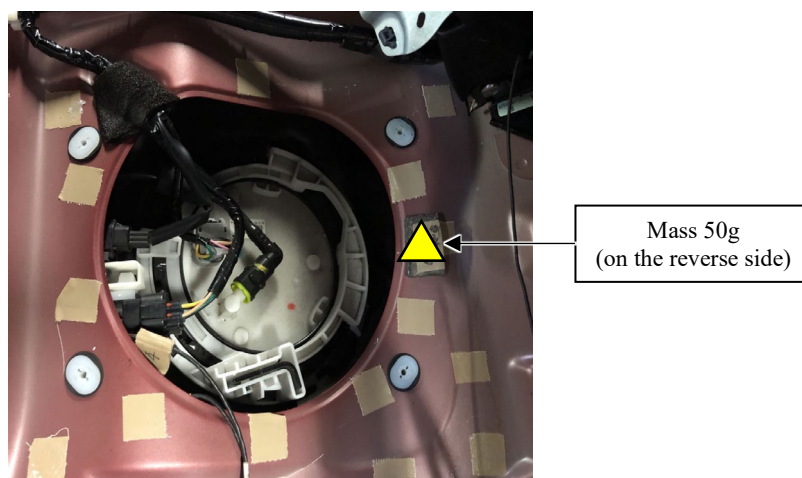


Fig. 89 Attached point of mass 50g around service hole

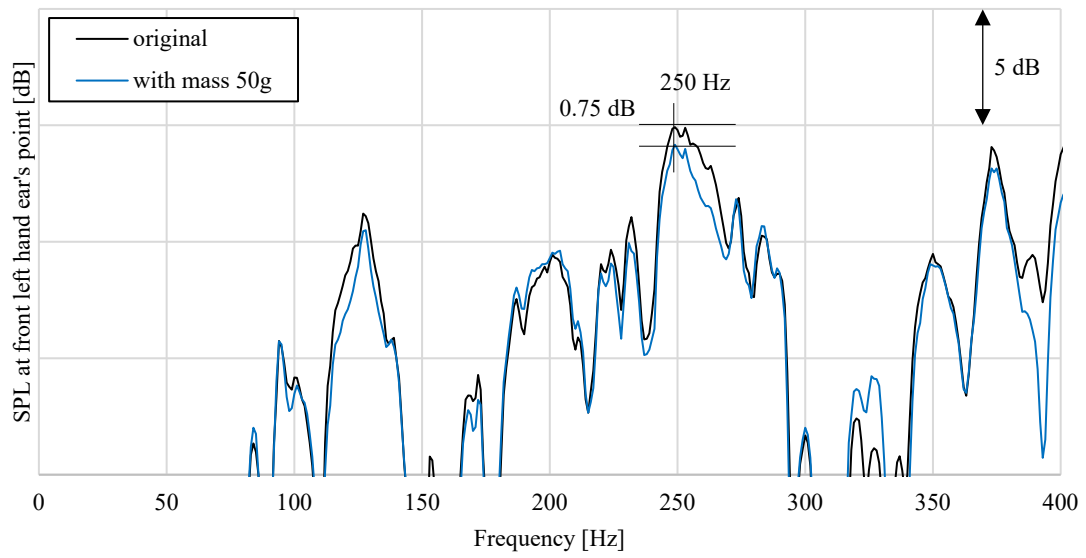


Fig. 90 Comparison of sound pressure level at front left hand ear's point between original and mass attached

4.4 結言

分系間の振動パワーフローとモードの関連性を評価するモーダルエネルギー伝搬解析法を車両構造モデルに適用し、内装とパネル構造からの放射音の低減を題材に実効性の検証を行った。

- ① 天井の内装材（トップシーリング）への適用を行い、車体からトップシーリングへの伝達パワーに寄与の高いモードを抽出し、トップシーリングのモード変位と、結合点を介して車体から受ける強制的な変形が類似することで、伝達パワーが増大することを明らかにした。
- ② モード変位・強制変位成分を抑制するための構造変更により、トップシーリングの振動レベル及び放射音の低減を確認し、粗粒路の実走試験において耳位置音圧約 0.4dB の低減を確認した。
- ③ 車体のパネル構造への適用を行い、トップシーリングの適用例と同様にセンターフロアパネルの固有モードによる変形と車体から強制的に受ける変形の形状が類似することで伝達パワーが増大することを示した。
- ④ センターフロアパネルへ質量を付加し寄与の高い固有モードのモード特性を変更することで、センターフロアパネルの振動レベルおよび放射音の低減が可能であることを示した。

上述のように、従来では対象モードを絞り込めなかった周波数帯において、本手法により対象とすべき振動モードを特定することができた。本手法により車室内騒音に対する対策構造の方針を従来とは違った視点で策定することが可能となった。

第5章 結論

本研究では、中周波数帯の新たな振動解析手法として、分系の固有モードと要素間の振動パワーフローの関係性を直接的に評価する、モーダルエネルギー伝搬解析法の提案を行った。本手法は分系の振動特性から全系を表現するモード合成法を基盤とし、これを振動パワーの次元に拡張することで定式化したものである。本手法を箱型モデルへ適用し、解析並びに加振試験により解析法の妥当性検証を行った。次により実構造に近いフレーム・パネルモデルへ解析法を適用し、特異値分解によるモード寄与度抽出について検証を行った。最後に車両モデルへ適用を行い、モード寄与度に基づく構造変更により振動低減および放射音の低減に対する実効性の検証を行った。本研究での結論を以下に述べる。

第1章では本研究の背景として、自動車業界を例に振動騒音問題を取り巻く環境と、代表的な振動解析手法について述べた。モード密度やロバスト性の観点から、従来手法では適用が困難な中周波数帯の振動解析手法の必要性について述べ、新たな解析手法としてモーダルエネルギー伝搬解析法を提案することを述べた。解析手法の妥当性および有効性を検証すべく、簡易モデルや車両モデルを用いた検証項目について述べた。

第2章では、モーダルエネルギー伝搬解析法の基礎理論となるモード解析法及びモード合成法について説明し、併せて各構造の個々の振動モードを非連成化して振動パワーフローを算出する2自由度近似法を提案した。本手法を簡易構造である箱型モデルに適用し、解析理論の妥当性検証について述べた。2自由度近似手法により各モード組み合わせにおける伝達パワーを評価することで、狙いの周波数帯に対し寄与の高いモード組み合わせを抽出できることを示した。

第3章では、より構造が複雑な系において、主構造・従構造間の伝達パワーに対する各構造の固有振動モードの寄与度を評価し、縮小モデルを構築する方法として、特異値分解の導入について検討した。主構造から従構造への伝達パワーを、結合点における振動速度と主構造から従構造への作用力の積とみなされる事を示し、合わせてこれらへの各構造の固有振動モードの寄与度を特異値分解で求められる事を示した。本手法をフレーム・パネル構造に適用し、特異値分解により同定した伝達パワーへの寄与度の高い固有振動モードのみを用いた縮小モデルで伝達パワーを近似計算できることを確認した。寄与度の高いモードの特徴を抽出し、これらのモードを抑制することで伝達パワー（従構造の消散パワー）を低減できることを示した。

第4章では、モーダルエネルギー伝搬解析法を車両構造モデルに適用し、内装やパネル構造からの放射音の低減を題材に実効性の検証を行った。天井の内装材（トップシーリング）への適用を行い、車体からトップシーリングへの伝達パワーに寄与の高いモードを抽出し、トップシーリングのモード変位と、結合点を介して車体から受ける強制的な変形が類似することで、伝達パワーが増大することを明らかにした。モード変位・強制変位成分を抑制するための構造変更により、トップシーリングの振動レベル及び放射音の低減を確認し、本解析法の実効性を検証した。

次に車体のパネル構造への適用を行い、トップシーリングの適用例と同様にセンターフロアパネルの固有モードによる変形と車体から強制的に受ける変形の形状が類似することで伝達パワーが増大することを示した。センターフロアパネルへ質量を付加し寄与の高い固有モードのモード特性を変更することで、センターフロアパネルの振動レベルおよび放射音の低減が可能であることを示した。

謝辞

本論文を執筆するにあたり、終始熱心なご指導ご鞭撻を賜りました、指導教官の長崎総合科学大学大学院工学研究科の本田巖教授に深く謝意を表します。また副査としてご助言、激励をいただきました、同大学大学院工学研究科の黒田勝彦教授、岡田公一教授並びに九州大学大学院工学研究院の雉本信哉教授に心よりお礼申し上げます。

本研究は筆者が九州大学大学院在籍時に、故・太田和秀教授の指導のもと研究を開始し、マツダ株式会社並びに長崎総合科学大学との共同研究を通じて、解析技術の理論構築および車両適用時の課題解決に取り組んだものです。マツダ（株）在籍時に本田巖教授から社会人博士課程へのお誘いをいただき、これまでの成果をまとめ博士論文を執筆する機会をいただきました。

太田和秀教授には学生時代から懇切丁寧なご指導をいただき、研究者としてのキャリアをスタートするきっかけをいただきました。2017年のマツダ（株）入社以降も共同研究を通じて熱心にご指導いただき、研究を進めるうえで多大なるご支援を賜りました。また退官される際には本田巖教授をご紹介いただき、博士課程進学へとつながるご縁をいただきましたこと、感謝してもしきれません。

マツダ（株）技術研究所次世代人間中心システム研究部門、本田正徳統括研究長、中川興也アシスタントマネージャー、宇都宮昭則氏には、業務と並行して社会人博士課程へ進学することを快諾いただき、実験や解析および論文執筆の面で多大なご助言や激励をいただきました。学生時代から継続して本研究に携わる機会をいただいたうえ、社会人として未熟にもかかわらず学業にも邁進することを快くご支援いただいたこと心より感謝申し上げます。

また家庭を持ちながら社会人博士課程を修了することは、家族の協力が無ければ成しえなかったことは言うまでもありません。博士課程在籍中に第2子を授かり、公私ともに多忙にもかかわらず、妻には多大なるサポートをいただきました。また父として未熟ながらも、2人の愛娘が健やかに成長していく姿を見守ることができ、博士課程を完遂する活力となりました。深く感謝の意を表します。

最後に、ご指導・ご協力いただいた皆さまに感謝するとともに、様々なご縁をいただき本論文を執筆する機会を与えてくださった本田巖教授並びに太田和秀教授に改めて深謝の意を表し、謝辞といたします。

参考文献

- [1] A. H. Afaneh, M. K. Abdelhamid and M. S. Qatu, "Engineering Challenges with Vehicle Noise and Vibration in Product Development," In SAE 2007 Noise and Vibration Conference and Exhibition (No. 2007-01-2434), 2007.
- [2] 経済産業省, “自動車を取り巻く現状と電動化の推進について,” 第7回 ESI シンポジウム「交通の電動化への選択とエネルギーの融合を考える」, 2020.
- [3] A. Albers, J. Fischer, M. Behrendt and D. Lieske, "Measurement and Interpretation of the Transfer Path of an Acoustic Phenomenon in the Drivetrain of an Electric Vehicle," ATZ worldwide, 116(3), 48-55, 2014.
- [4] 自動車技術ハンドブック編集委員会, 自動車技術ハンドブック 1 基礎・理論編, 自動車技術会, 2004.
- [5] N. Lalor and H.-H. Priebsch, "The prediction of low-and mid-frequency internal road vehicle noise: a literature survey," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 221(3), 245-269., 2007.
- [6] 白橋尚俊, 森恒寛, 岩田陽明, 長門清則, 菊地拓哉, “SKYACTIV-D ディーゼルノック音の低減技術,” マツダ技法, No.34, p.29-34, 2017.
- [7] 神山洋一, 石井克史, “複室式タイヤ気柱共鳴音低減ホイールの開発,” 自動車技術会論文集, 47(4), 919-923, 2016.
- [8] 長松昭男, モード解析入門, コロナ社, 1993.
- [9] A. L. Klosterman, "A Combined Experimental and Analytical Procedure for Improving Automotive System Dynamics," SAE Technical Paper 720093, 1972.
- [10] I. Hagiwara, Z.-D. Ma, A. Arai and K. Nagabuchi, "Reduction of Vehicle Interior Noise Using Structural-Acoustic Sensitivity Analysis Methods," SAE Technical Paper 910208, 1991.
- [11] 長松昭男, 大熊政明, 部分構造合成法, 培風館, 1991.
- [12] 水早純, 藤田一誠, 太田和秀, 荒木数幸, 香川洸二, “船体/主機連成振動応答解析法の研究,” 日本造船学会論文集, 1998(184), 393-400, 1998.
- [13] 西岡正夫, 富田次信, 渋谷陽一, 江頭裕二, 杉原毅, “車体の大規模振動解析法,” マツダ技報, No.2, 59-68, 1984.

- [14] 依知川哲治 , 萩原一郎, “大規模高周波振動応答問題のための部分構造合成法の開発とこれに基づく減衰系の周波数応答解析,” 日本機械学会論文集 C 編, 60(569), 10-15, 1994.
- [15] 依知川哲治 , 萩原一郎, “大規模構造-音場連成問題のための部分構造合成法の開発,” 日本機械学会論文集 C 編, 61(587), 2718-2724, 1995.
- [16] 山崎徹, 黒田勝彦 , 長井孝資, “機械構造物の振動応答のばらつき計測とそのモデル化,” In Dynamics & Design Conference 2005 (pp. _602-1_), 2005.
- [17] 山崎徹, 三山壮, 中村弘毅 , 宮崎敦子, “モードと波動の両視点による機械構造物の振動低減設計,” 自動車技術会論文集, 47(6), 1373-1379, 2016.
- [18] J.-F. Durand, C. Soize and L. Gagliardini, "Structural-acoustic modeling of automotive vehicles in presence of uncertainties and experimental identification and validation," The Journal of the Acoustical Society of America, 124(3), 1513-1525, 2008.
- [19] R. H. Lyon and G. Maidanik, "Power Flow between Linearly Coupled Oscillators," The journal of the Acoustical Society of America, 34(5), 623-639, 1962.
- [20] P. W. Smith Jr, "Response and radiation of structural modes excited by sound," The Journal of the Acoustical Society of America, 34(5), 640-647, 1962.
- [21] 吉澤尚志, 高野靖, 用田敏彦, 瀬畑美智夫 , 牧野和宏, “部分 FEM モデルを利用した SEA 法による鉄道車体全体の振動分布解析,” 日本機械学会論文集 C 編, 79(799), 519-528, 2013.
- [22] 高橋亜佑美, 古株慎一 , 見坐地一人, “実験・理論のハイブリッド SEA 法による自動車の車室内音響解析,” 自動車技術会論文集, 42(1), 31-36, 2011.
- [23] 栗生知矢, 城戸一郎 , 清野賢子, “高モード密度な騒音領域の検討効率を高めるモードグループ化手法,” In Dynamics & Design Conference 2007 (pp. _616-1_), 2007.
- [24] 見坐地一人, “SEA 法の自動車車室内騒音低減への適用,” 騒音制御, 26(5), 331-334, 2002.
- [25] 望月隆史 , 長尾豊, “動的解析における主成分モードの抽出法,” In Dynamics & Design Conference 2006 (pp. _237-1_), 2006.
- [26] 望月隆史, “主成分モード分析による車体主要振動モードの把握,” 自動車技術会論文集, 47(3), 729-735., 2016.
- [27] 小泉孝之, 辻内伸好, 中原紳, 仲村潔郎 , 大島裕子, “振動解析効率化のための固有モード分類手法の提案,” 日本機械学会論文集 C 編, 75(754), 1543-1549, 2009.

- [28] 中島樹, 井上卓見, 高橋秀徳, “三次元離散ウェーブレット変換を用いた構成要素モード分解と固有モードにおける連成度評価への応用,” 日本機械学会論文集, Vol.88, No.916, pp.22-00242 (2022).
- [29] P. Shorter and R. S. Langley, "Vibro-acoustic analysis of complex systems," *Journal of Sound and Vibration*, 288(3), 669-699, 2005.
- [30] G. Kerschen, J.-c. Golinval, A. F. Vakakis and L. A. BERGMAN, "The Method of Proper Orthogonal Decomposition for Dynamical Characterization and Order Reduction of Mechanical Systems: An Overview," *Nonlinear dynamics*, Vol.41 (2005), pp.147-169..
- [31] K. Lu, K. Zhang, H. Zhang, X. Gu, Y. Jin, S. Zhao, C. Fu and Y. Yang, "A Review of Model Order Reduction Methods for Large-Scale Structure Systems," *Shock and Vibration*, Vol.2021, pp.1-19.
- [32] W.-X. Ren and G. D. Roeck, "Structural Damage Identification using Modal Data. I: Simulation Verification," *Journal of Structural Engineering*, Vol.128, No.1 (2002), pp.87-95.
- [33] H. Tournaire, F. Renaud and J. L. Dion, "Using singular value decomposition of component eigenmodes for interface reduction," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.414 (2018), pp.1-14.
- [34] X. Zhao and B. Ye, "Feature frequency extraction algorithm based on the singular value decomposition with changed matrix size and its application in fault diagnosis," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.526 (2022), 116848.
- [35] S. Gugercin, "An iterative SVD-Krylov based method for model reduction of large-scale dynamical systems," *Linear Algebra and its Applications*, Vol.428.8-9 (2008), pp.1964-1986.
- [36] 杉原毅, “自動車における防音への取り組み,” 成形加工, 26 巻, 2 号, pp.59-64 (2014).
- [37] N. Yorozu, C. Fukuhara and T. Kamura, "Absorption Technique for Road Noise," *SAE Technical Paper*, 2009-01-0020 (2009).
- [38] 山下亘貴, 宇都宮昭則, 本田巖, “剛-柔構造結合系のモーダルエネルギー伝搬解析法の研究,” 日本機械学会論文集, Vol.88, No.916, pp.22-00189 (2022).
- [39] 加村孝信, 宇都宮昭則, 杉原毅, 飛田考司, “パネルの放射音低減によるロードノイズの改善,” 自動車技術会学術講演前刷集, 976 号, pp.327-330, 1997.
- [40] 宇都宮昭則, 中川興也, 村瀬健二, 小平剛央, 加村孝信, “振動伝達低減パネルの開発,” マツダ技報, No.25 (2007).
- [41] MSC Software, “MSC Nastran 2010 リリースガイド,” 2010.