# 【工学】

研究論文

# 一枚平板を対象にした SEA パラメータの振幅依存性の影響に関する

### 一考察

黒田 勝彦<sup>\*1</sup>, 堀田 龍<sup>\*2</sup>

### Study on the Influence of Amplitude Dependence of SEA parameters

## for a Single Flat Plate

### KURODA Katsuhiko, HORITA Ryu

#### Summary

In this paper, in order to assist in quantitative evaluation when constructing an experimental SEA model, we first conduct the FEM calculations in numerical experiments to determine the large and small damping characteristics of a single flat steel plate structure. Then, using FEM and real experiments, we show the degree of variation in the FRF results and the SEA parameter results at five levels of input force from 1 N to 5 N. As a result, in the case of structure with large damping, it cannot be seen the influence of amplitude dependence of the FRF results. However, the results of the subsystem vibration energy normalized by the input power, which is a SEA parameter, showed the influence of amplitude dependence can be seen in the FRF results. The results of the subsystem vibration energy normalized by the input power showed that the results were more likely to vary due to the spatial averaging process of the number of input and response.

Keywords : (Statistical Energy Analysis, FEM, FRF, Amplitude Dependence, Forced Vibration)

#### 1. はじめに

現在自動車産業において、燃費規制が厳しくなり燃費 向上のため車体の軽量化が要求され、高剛性の薄い鋼板 が部分的に使用されることで複雑な構造形態となり、高 周波数までの振動騒音解析が求められている.また、駆 動にモータを用いる EV、HV や PHV の車では内燃機関 の車に対して常時比較的静かであることが要求され、振 動騒音解析の技術者にとって可聴周波数域までの振動騒 音対策が不可欠となっている.可聴周波数域の振動・騒 音問題を解決する手法の一つに,統計的エネルギー解析 法(Statistical Energy Analysis;以下 SEA)<sup>(1)</sup>がある.SEA は,対象系を要素の集合体とみなし,要素間のパワー平 衡に注目する手法であり,空間と周波数平均を行う特徴 がある.SEA モデルの構築方法に着目すると,設計の上 流段階では半無限構造物の波動伝搬理論をベースに導出 された解析 SEA<sup>(2)</sup>が有効であろう.また,形状の図面デ

 <sup>\*1</sup> 工学部 工学科 機械工学コース 教授
 \*2 住商エアバック株式会社
 2024年4月 1日受付
 2024年5月28日受理

ータが存在するならば FEM を用いた SEA<sup>(3)</sup> (FEM 上で 実験 SEA モデルを構築すること)が有効であり,実機が 存在するならば,実験 SEA<sup>(4)</sup>が有効であると思われる.

これまで著者らは、実験 SEA をベースとした固体音低 減プロセスを提案し<sup>(5)</sup>,各種機器に適用し有効性を検証 してきた.このプロセスは、対象全系から固体音を低減 するために有効な箇所、すなわち変更すべき SEA パラメ ータ(内部損失率や結合損失率)の特定を目指したもの である.実験ベースの手法であるため各要素への加振実 験が必要であるが、例えばハンマリング試験において系 の線形性を保つために微小な入力の力を一定の値に固定 して複数回に渡って試験を実施することは困難であり、 よって FFT で平均化処理が行われる.またその結果、応 答結果がばらつき、入力パワーや要素エネルギーと言っ た SEA パラメータの評価が困難になることが見られる.

一方,従来の周波数応答関数(以下 FRF)ベースの方法 においても,がたを有する構造物や減衰の小さい構造物 においては,加振の入力と応答がばらつくことから,実 験モード解析において,定量的な評価が困難となること もある.

以上の背景の下,本報では実験により SEA モデルを構 築する際の定量評価のための一助となるように,鋼製の 一枚平板構造物を対象に,最初に数値実験の FEM 計算に より大小の減衰特性をもつそれぞれの構造物に対する振 動特性を示す.その後,加振力の大きさを変更すること による振幅依存性の影響を検討するために,FEM とリア ル実験により入力の力を1 N から5 N までの5 水準で, FRF による加振振動応答結果と SEA パラメータの結果の ばらつき程度を示す.一般的に FRF での結果は離散周波 数で示すが,SEA 結果に合わせて 1/3 オクターブ周波数 帯域で示す.

#### 2. 基礎理論

本章では、3 章で FEM とリアル実験で比較するために SEA と従来法である FRF のパラメータの算出方法につい て整理する.

2.1 SEA 基礎式 SEA は、対象系 (system) を要素

(subsystem) の集合体とみなし,要素間のパワー平衡に 着目する. *r* 要素からなる系の SEA 基礎式は,次式で表 される<sup>(1)</sup>.

$$\mathbf{P} = \omega \mathbf{L} \mathbf{E}$$
(1)  
$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} \eta_{1,1} + \sum_{i\neq 1}^{r} \eta_{1,i} & -\eta_{2,1} & \cdots & -\eta_{r,1} \\ -\eta_{1,2} & \eta_{2,2} + \sum_{i\neq 2}^{r} \eta_{2,i} & \cdots & -\eta_{r,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ -\eta_{1,r} & -\eta_{2,r} & \eta_{r,r} + \sum_{i\neq r}^{r} \eta_{r,i} \end{pmatrix}$$
(2)

ここで、 $\omega$ は中心角振動数、E は要素エネルギーベクト ル、P は入力パワーベクトルである.損失率マトリクス L は、内部損失率 $\eta_{i,i}$  (Internal Loss Factor;以下 ILF)と結 合損失率 $\eta_{i,i}$  (Coupling Loss Factor;以下 CLF)を成分とす る. ILF と CLF を評価し、損失率マトリクス L を生成す ることを SEA モデルの構築と称す.

2.2 実験 SEA による入力パワーと振動要素エネルギ - 実験 SEA には、FEM とリアル構造物の要素への加 振を行うパワー注入法 (Power Injection Method)<sup>(6)</sup>による 方法がある.FEM では式(3), (4)より,リアル実験では式 (5), (6)よりそれぞれ、SEA 要素における入力パワーP<sub>i</sub>と 要素エネルギーE<sup>j</sup>を算出する.ここで,P<sub>i</sub>は要素 *i* 加振 時の入力パワー,E<sup>j</sup>は要素 *i* 加振時の要素 *j* の要素エネ ルギー,である.構造要素 *i* で節点 *p* を加振したときの 入力パワーと節点 *q* の要素エネルギーは、それぞれ式(3), (4)より算出される.

$$P_{i} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ F_{ip} s v_{ip}^{*} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \omega F_{ip\_mag} s x_{ip\_mag} \sin(F_{ip\_phase} - s x_{ip\_phase})$$

$$E_{i}^{i} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ m_{i} s v_{iq} s v_{iq}^{*} \right] = \frac{1}{2} m_{i} \omega^{2} s x_{iq\_mag}^{2}$$
(3)
(3)

ここで, Re[]は実数部,  $F_{ip}$ は要素 i の加振点 p の入力 の力,  $sv_p$ は加振点 p における速度応答スペクトルであり, \*は複素共役である.  $m_i$ は要素 i の質量,  $sv_{iq}(q=1\sim n)$ は要 素 i の応答点 q における速度答スペクトルである. FEM では応答が変位 x で表され, 大きさ mag と位相 phase で 表すために変換されている.



Fig.1 Test-plate structure: points marked " $\times$ " are excitation points, and " $\bigcirc$ " are response points.









(b) Damped plate

Fig.2 FRF results of the magnitude and phase when the position a is excited.

2.3 周波数応答関数ベースの評価式 FRF による系の 評価には、例えば振動加速度や入力で正規化した振動加 速度である次式で示す H1 推定によるアクセレランスが ある.

$$\frac{a}{F} = \frac{a(f) \times F^*(f)}{F(f) \times F^*(f)}$$
(5)

ここで, a(f) は応答のフーリエスペクトル, F(f) は 入力のフーリエスペクトルである.よって分母の値は, 入力のパワースペクトルになる.

### 3. 一枚の薄板鋼板での検討

3.1 対象構造物 図1に示す幅0.6 m,高さ0.3 m,厚 さ0.0016 mの薄板鋼板の平板構造物を対象とし,実験結 果と比較しやすいことから,境界は自由支持とする.

図1で示す×が加振点で a, b の 2 か所, 〇が応答点で, 14 か所ある.制振材を貼っていないオリジナル板と制振 材を全面に貼付した FRF の 1N 入力時の実験結果と計測 した質量を比較することにより, オリジナル板と制振材 の ILF0.1 %と5 %及び等価密度 7542 kg/m<sup>3</sup> と 9651 kg/m<sup>3</sup> をそれぞれ決定した.なお,縦弾性係数 2.11×10<sup>11</sup> Pa と ポアソン比 0.3 は, オリジナル板と制振材貼付で FEM と 実験結果との比較より同値とした.FEM モデルの作成に は,汎用有限要素解析ソフトウェア ANSYSVer.2021 (要 素タイプは弾性シェル要素 shell181)を使用し, 1/3 オク ターブの計算には MATLAB を使用する.要素サイズは, 5 kHz の曲げ波長に 6 節点が含まれるように 0.01 m×0.01 m とすると,節点数は 1891, 要素数は 1800 となる.振 動エネルギーと入力パワーは,応答変位を 3.125 Hz から 5 kHz まで 3.125 Hz 刻みの離散周波数で算出し計算を行

Table1 Comparison between the original and damped plate of the natural frequencies except for the rigid mode by FEM calculations. Unit Hz

order	original	damped
1	24.3	21.5
2	30.1	26.6
3	66.2	58.5
4	67.6	59.7
5	99.8	88.2
6	115.0	101.7
7	117.9	104.2
8	134.8	119.2
9	163.4	144.5
10	181.8	160.7

った後,50 Hz から4 kHz までの20の1/3 オクターブ帯 域周波数特性を MATLAB で算出した.オリジナル板と制 振材貼付における剛体モードを除く,最初の10次までの 固有振動数の比較結果を表1に示し,図2にオリジナル 板と制振材を全面に貼付した FRF の結果を示す.表1よ り,制振材の有無に関わらず20 Hz 程度から固有振動数 が存在することがわかる.図2で示すように制振材の有 無に関わらず大きさの結果においては,100 Hz 程度まで の周波数を除いて概ね定量的な一致が見られる.図2(b) より,制振材を貼付した位相結果は,1kHz 程度からずれ が見られる.

3.2 実験内容 リアル実験においての加振方法はイン パクトハンマーによる点加振であり,鋼板の4隅をゴム により吊り下げた自由支持の状態で,FFT アナライザー (小野測器,DS3200) にハンマー (DYTRAN,5800SL), 加速度計(加振点近傍の応答は PCB の 353B15,要素の 応答は PCB の 352A24)を接続し,5回のパワースペクト ル加算平均を矩形窓関数で0Hzから5kHzまでの3.125 Hz 刻みの離散周波数で測定した.ゴムの吊り下げによる 対象構造への減衰の影響は考えられるが,計測困難のた め本報ではその影響は無視する.加振力の大きさを変更 することによる振幅依存性の影響を検討するために,入 力の力は,1Nから5Nまでの誤差±10%を目安とした5 水準とする.

3.3 1/3 オクターブ周波数で整理した入力パワーで正 規化した要素エネルギー結果と FRF 結果 振幅依存性の 影響を検討するにあたり、振幅依存がなければ FEM 結果 で得られるように系の線形性が保たれ, FRF 結果や入力 パワーで正規化した振動エネルギー結果に入力の大きさ による違いは表れない. 一般的に FRF 結果は離散周波数 で表されるが、ここでは SEA 結果と比較するために、1/3 オクターブ周波数で整理する. SEA 結果は周波数平均に 加えて、空間平均を行うために、加振が a,b の 2 点、応 答点数は14個あり、その平均化された入力パワーで正規 化された要素エネルギー((Ea<sup>a</sup>/Pa+Eb<sup>b</sup>/Pb)/2)の入力の大き さ違いによるオリジナル板と制振材を貼付した実験結果 と FEM 結果を図 3 に示し、その標準偏差の結果を図 4 に 示す. また参考までに応答のばらつきを示すために一例 として、a加振時の各入力における 315 Hz 周波数帯域の 振動応答エネルギー結果を図5に示す.図3で示した加



Fig.3 Comparison of normalized energy of subsystem by experimental test due to the difference in the magnitude of the input force and FEM results.



Fig.4 Comparison of standard deviation of normalized energy of subsystem by experimental test due to the difference in the magnitude of the input force.



Fig.5 Comparison of energy of subsystem on the a location of excitation point response at 315 Hz band by experimental test due to the difference in the magnitude of the input force.

振実験時の,加振点 *a* における入力の大きさ違いによる



(b) Damped plate

Fig.6 Comparison of accelerance on the a location of excitation point response by experimental test due to the difference in the magnitude of the input force.



Fig.7 Comparison of standard deviation of accelerance on the a location of excitation point response by experimental test due to the difference in the magnitude of the input force.

FRF の大きさの結果を図 6 に示し,その標準偏差の結果 を図 7 に示す.図 3 と図 6 より,制振材が貼付された応 答結果は,オリジナルの結果に比べてばらつき程度が小 さいことがわかる.図 3(a)のオリジナル板の実験による SEA 結果では,大きくばらついており変動幅も大きい. この結果から本報では省略するが式(1)の SEA 基礎式より ILF を同定した場合,構造の減衰特性に振幅依存性の影 響があることがわかる.FEM 結果との比較では,実験の 1N の結果と比較的一致している.図 3(b)の制振材を貼付 した SEA 結果では,400 Hz 程度からの 3N から 5N の結 果においては概ね定量的な一致が見られる.しかし,1N と 2N では振幅依存性の影響が表れている.FEM 結果と



Fig.8 Comparison of normalized energy of subsystem on the a location of excitation point response by experimental test due to the difference in the magnitude of the input force and FEM results.

の比較では、実験の結果とオーダーが異なっている.こ れは、図 2(b)より特に低周波数では大きさも位相も一致 しておらず、1 kHz 程度からも位相の大きさが大きく異な っており制振材の FEM モデルの作成と精度については, 今後の検討課題とする.図4の標準偏差の結果からは、 オリジナル板では高周波数において、制振材を貼付した 板においては低周波数で上下の変動幅が大きいことから ばらつき程度が大きいことがわかる.図5より図の直線 の傾き程度は、オリジナル板が制振材を貼付した結果に 比べて,一定ではない.一方,図 6(a)のオリジナル板の FRF 結果では、3N と 4N の結果と 2N と 5N の結果に定量 的な一致が見られる.図 6(b)の制振材を貼付した FRF 結 果では、100 Hz 程度から入力の大きさに関わらずほぼ変 動は見られず振幅依存性の影響はないと言える. 図 7 の 標準偏差の結果からは、低周波数を除いて、オリジナル 板と制振材を貼付した板において似た傾向が得られてい る.

SEA 結果は、一般的に加振点や応答点が複数あることで、ばらつき程度は小さいと考えられているが、今回の 結果から、特に低減衰の構造要素への加振入力がある程 度一定に保てない場合は、SEA 結果にばらつきが生じや すいことがわかる.一方,加振点と応答点が同じ位置の FRF 評価では,低減衰の構造においても,SEA 結果に比 べて良好であると言える.参考までに,FRF 結果と同様 に要素あたり1点,加振点 a における応答結果を使った 場合の SEA 結果を図8に示す.図8(a)のオリジナル板の SEA 結果では,図3(a)の結果に比べてばらつき程度は抑 えられてはいるが,振幅依存性の影響は残っている.一 方,図8(b)の制振材を貼付したSEA 結果では,応答が平 均化された影響は小さいが,振幅依存性の影響は残って いる.

### 4. おわりに

本報は、実験により SEA モデルを構築する際の定量評価の ための一助となるように、鋼製の一枚平板構造物を対象に、最 初に数値実験の FEM 計算により減衰特性の大小のそれぞれの 構造物に対する振動特性を示した.その後、加振力の大きさを 変更することによる振幅依存性の影響を検討するために、FEM とリアル実験により入力の力を1Nから5Nまでの5水準で、 FRF による加振振動応答結果と SEA パラメータの結果のばら つき程度を示した.その結果、減衰の大きな構造であれば、 FRF 結果に振幅依存性の影響は見られないが、SEA パラメー タである入力パワーで正規化した要素振動エネルギーの結果は、 比較的小さな入力において振幅依存性の影響が見られた.減衰 の小さな構造の場合は、FRF 結果に振幅依存性の影響が見られ、 SEA パラメータである入力パワーで正規化した要素振動エネル ギーの結果は、入力と応答の空間平均により、より結果がばら つくことがわかった.

今後は、①平均化によるばらつき程度の定量評価、② 複数要素における結合損失率の検討、③FEM による制振 材を貼付した精度良いモデルの作成、が必要であると考 えている.

#### 謝辞

本研究の一部は,長崎総合科学大学ニアスプロジェク トからの助成を受けたものです.ここに謝意を表します.

### 参考文献

- R. H. Lyon, Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems: Theory and Application, MIT Press, (1975).
- (2) A. C. Nilsson, Reduction of structure-borne sound in

simple ship structures: Results of model tests, Journal of Sound and Vibration, 61(1), (1978), pp. 45-60.

- (3) F. J. Fahy and A. D. Mohammed, A study of uncertainty in applications of SEA to coupled beam and plate systems, Part 1: Computational experiments, Journal of Sound and Vibration, 158(1), (1992), pp. 45-67.
- (4) B. L. Clarkson and M. F. Ranky, On the measurement of the coupling loss factor of structural connections, Journal of Sound and Vibration, 94(2), (1984), pp. 249-261.
- (5) 山崎徹,黒田勝彦,森厚夫,SEAによる機械製品の
   固体音低減プロセス,日本機械学会論文集C編,
   Vol. 73, No.726 (2007), pp.446-452.
- (6) D. A. Bies and S. Hamid, In situ determination of loss and coupling loss factors by the power injection method, Journal of Sound and Vibration, 70, (1980), pp. 187-204.