

鉄棒基本運動の原理と計算機シミュレーション

川 端 信 賢*・松 尾 龍之介**

Principles and Simulations of Basic High Bar Exercises

KAWABATA Sinken and MATSUO Ryunosuke

Principles and simulation results of basic high bar exercises such as swing and circle are reported. Good timings of body shrinking and stretching to speed up or down the exercises were investigated. By using the results, fundamental and effective swing and circle exercises were simulated successfully by the computer. The results will be useful in the more complicated high bar simulations.

1. まえがき

われわれは身体運動のシミュレーションのために、鉄棒体操から研究を始めている[4]。この研究には、例えば[1][2][3]など、また、効果的な振動（振り運動）と回転の原理を扱ったものには、[5][6]などがある。本文では[6]で述べられた原理式に基づき、振動と回転運動のシミュレーションを行なった結果について述べた。すなわち、身体の伸縮による角速度の加速・減速効果等を活用して振動、回転を行なうが、そのコツを原理式のほかに、シミュレーションによって示した。そこから身体の多リンクモデル制御への知見を得た。

2. 振動・回転運動の原理式と制御原理[6]

図1に鉄棒体操の振動、図2に振動と回転の1リンクモデルを示す。

式(1)(2)は図2に基づいた振動から1回転分までの（1リンク・極座標形）運動方程式である。

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{F_r}{m} \tag{1}$$

$$\frac{d^2((r_0+r)\theta)}{dt^2} = g \cdot \sin(\theta_0+\theta) + \frac{F_\theta}{m} \tag{2'}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{(r_0+r)} \left[g \cdot \sin(\theta_0+\theta) + \frac{F_\theta}{m} - \theta \frac{d^2 r}{dt^2} - 2 \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt} \right] \tag{2}$$

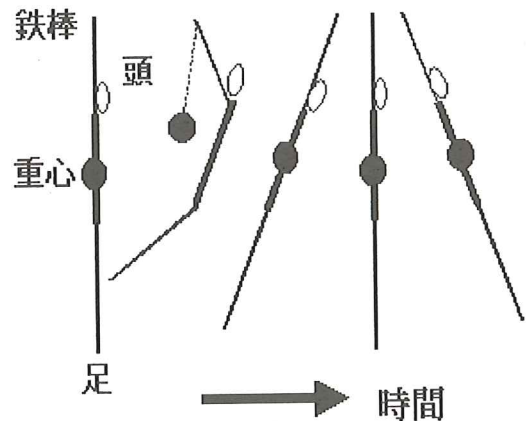


図1 鉄棒体操の振り運動（振動）

* 工学部機械工学科情報制御工学コース教授

**大学院電子情報学専攻

2001年9月29日受付

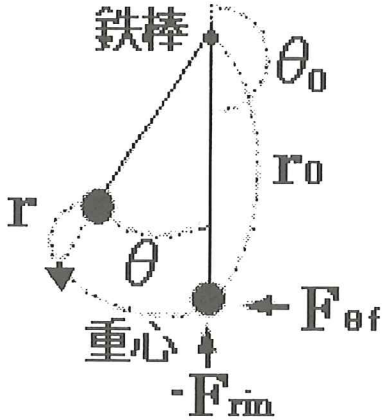


図2 振り運動 (1リンク)

表2 身体の伸縮が回転角速度 $\frac{d\theta}{dt}$ に及ぼす効果

(a) 身体短縮時: $\frac{d^2r}{dt^2} < 0$ かつ $\frac{dr}{dt} < 0$ のとき

	振り上がり時		振り下がり時	
	前方	後方	前方	後方
θ	+	-	-	+
$\frac{d\theta}{dt}$	+	-	-	+
$-\theta \frac{d^2r}{dt^2}$	+	-	-	+
	(加速)	(加速)	(加速)	(加速)
$-2 \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt}$	+	-	-	+
	(加速)	(加速)	(加速)	(加速)

(加速): 加速ないし減速緩和効果

(b) 身体伸展時: $\frac{d^2r}{dt^2} > 0$ かつ $\frac{dr}{dt} > 0$ のとき

	振り上がり時		振り下がり時	
	前方	後方	前方	後方
θ	+	-	-	+
$\frac{d\theta}{dt}$	+	-	-	+
$-\theta \frac{d^2r}{dt^2}$	-	+	+	-
	(減速)	(減速)	(減速)	(減速)
$-2 \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt}$	-	+	+	-
	(減速)	(減速)	(減速)	(減速)

(減速): 減速ないし加速緩和効果

表1 身体の伸縮が振動角速度 $\frac{d\theta}{dt}$ に及ぼす効果

(a) 身体短縮時: $\frac{d^2r}{dt^2} < 0$ かつ $\frac{dr}{dt} < 0$ のとき

	振り上がり時		振り下がり時	
	前方	後方	前方	後方
θ	+	-	+	-
$\frac{d\theta}{dt}$	+	-	-	+
$-\theta \frac{d^2r}{dt^2}$	+	-	+	-
	(加速)	(加速)	(減速)	(減速)
$-2 \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt}$	+	-	-	+
	(加速)	(加速)	(加速)	(加速)

(b) 身体伸展時: $\frac{d^2r}{dt^2} > 0$ かつ $\frac{dr}{dt} > 0$ のとき

	振り上がり時		振り下がり時	
	前方	後方	前方	後方
θ	+	-	+	-
$\frac{d\theta}{dt}$	+	-	-	+
$-\theta \frac{d^2r}{dt^2}$	-	+	-	+
	(減速)	(減速)	(加速)	(加速)
$-2 \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt}$	-	+	+	-
	(減速)	(減速)	(減速)	(減速)

(加速): 加速ないし減速緩和効果

(減速): 減速ないし加速緩和効果

角加速度 ($d^2\theta/dt^2$) の式(2)には、重力項(g 項)と F_θ 項のほかに、半径の伸縮関係の項が二項含まれている。そのうち、項 $(-\theta (d^2r/dt^2))$ は、角度 θ と半径方向加速度 (d^2r/dt^2) の絶対値が大きい時に角速度に対して加速あるいは減速効果をもたらす。また、項 $(-2(dr/dt)(d\theta/dt))$ は半径方向速度 (dr/dt) と角速度 ($d\theta/dt$) が大きい時に同様の効果をもたらす。この加速・減速効果を振動と回転に分けて、表1、表2に示す。

ただし、表1、表2では(振動)開始角度 $\theta_0 = \pi$ 、つまり、鉄棒真下から開始する場合について考察した。さらに、表2の回転角 θ は、 $0 \leq \theta < 2\pi$ および $0 \geq \theta > -2\pi$ の範囲で考えた。

3. シミュレーション結果と考察

図2ならびに運動方程式(1)(2)に基づいて、振動と回転のシミュレーションを行なった。パラメータ値は体重 $m=65[Kg]$ 、鉄棒から伸展した身体重心までの距離(振動半径) $r_0=1.0[m]$ とした。発生張力の大きさは基本的には g を重力加速度

$[m/s^2]$ として、 $F_{\theta f}=0.3 mg[N]$ 、 $F_{r in}=0.05 mg[N]$ 、 $F_{r out}=1.0 mg[N]$ (一定値)とした。すなわち、身体にかかる重力の0.3倍などである。振動の開始点は特に断らない限り、鉄棒真下 ($\theta_0 = \pi$) とする。計算方法は簡単のためオイラー法とし、また、計算時間と精度のトレードオフから時間刻み $\delta t = 0.01[sec]$ とし、 δt 秒毎のタイマー割込みによる計算とCG表示を意図した。なお、運動計算中

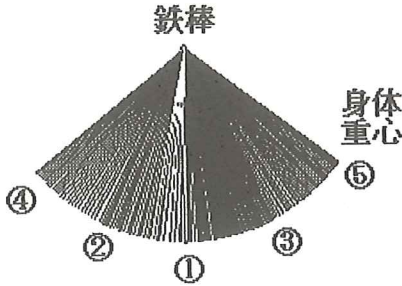


図3(a) 重力と角度方向張力だけによる振動のCG図

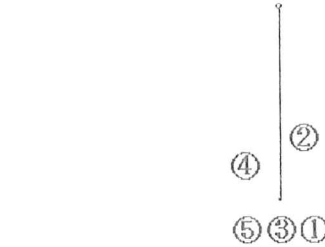


図4(a) 重力と半径方向張力だけによる運動のCG図(鉄棒真下から運動開始した場合)

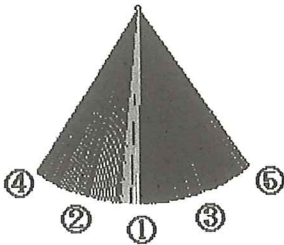


図5(a) 重力と半径方向張力だけによる運動のCG図(鉄棒真下以外から運動開始した場合)

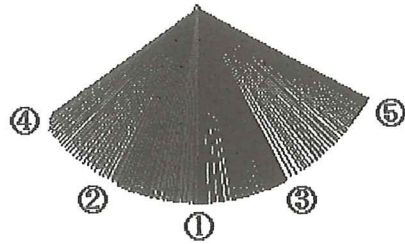


図6(a) 重力・角度方向・半径方向3張力による振動のCG図(普通の伸展)

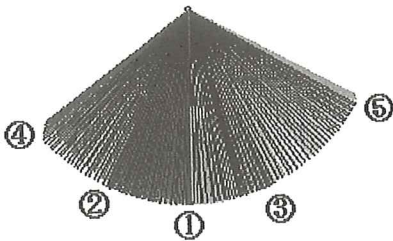


図7 鉄棒後方でも身体を伸縮した場合のCG図

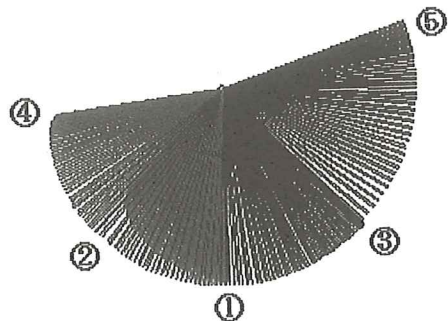


図8(a) (前方)ピーク直後に伸展のCG図(伸展の加速効果を充分活用)

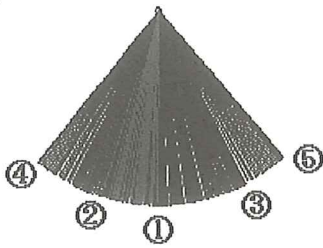


図9 ピークまでに伸展終了
(加速効果のない伸展)

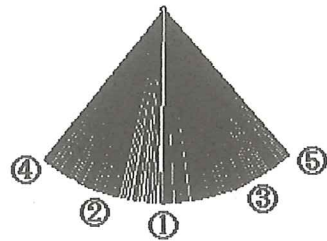


図10 身体伸縮無し
(図9の比較基準)

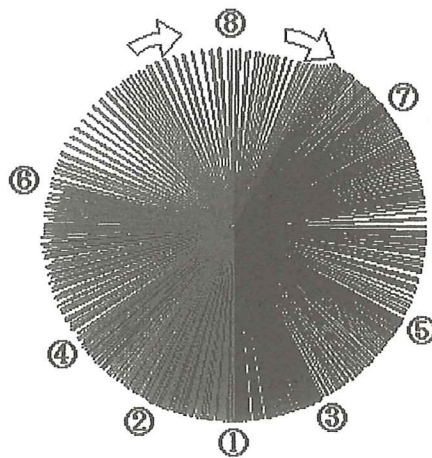


図11 重力・角度方向・半径方向張力による回転

$(dr/dt) > 0$ であつ、 $r > 0$ となつた場合は、単純に $(dr/dt) = 0$ とおいた。

図3(a)~図11にこのシミュレーションのCG図を示す。図内の番号①が振動の開始点であり、振動は以下②、③の順番に進む。

シミュレーションのCG図一覧

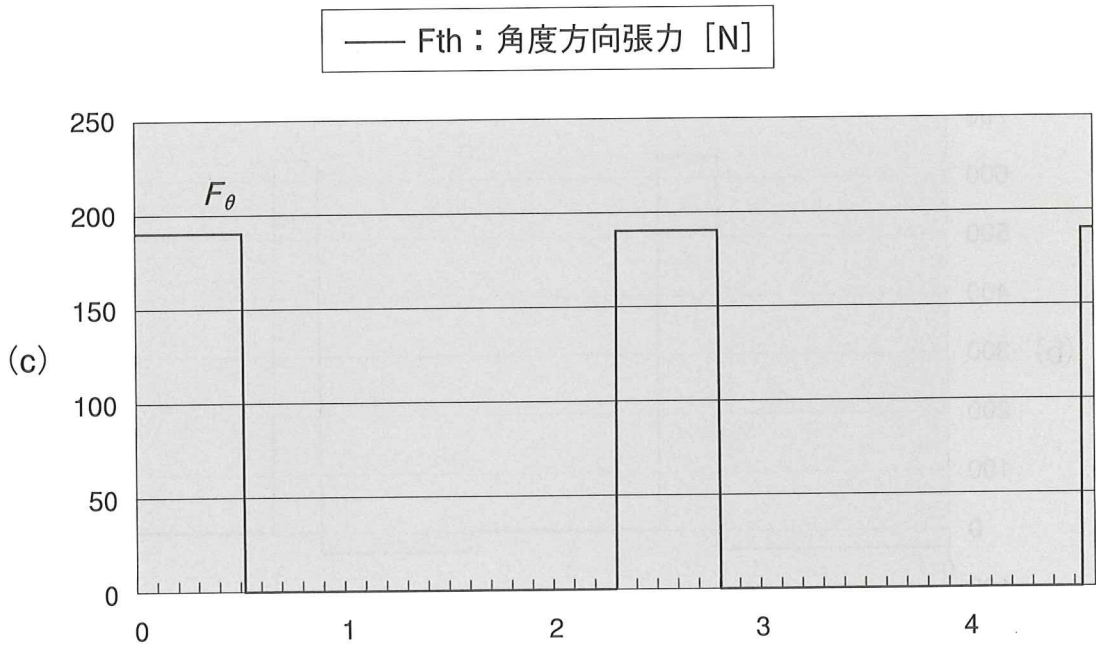
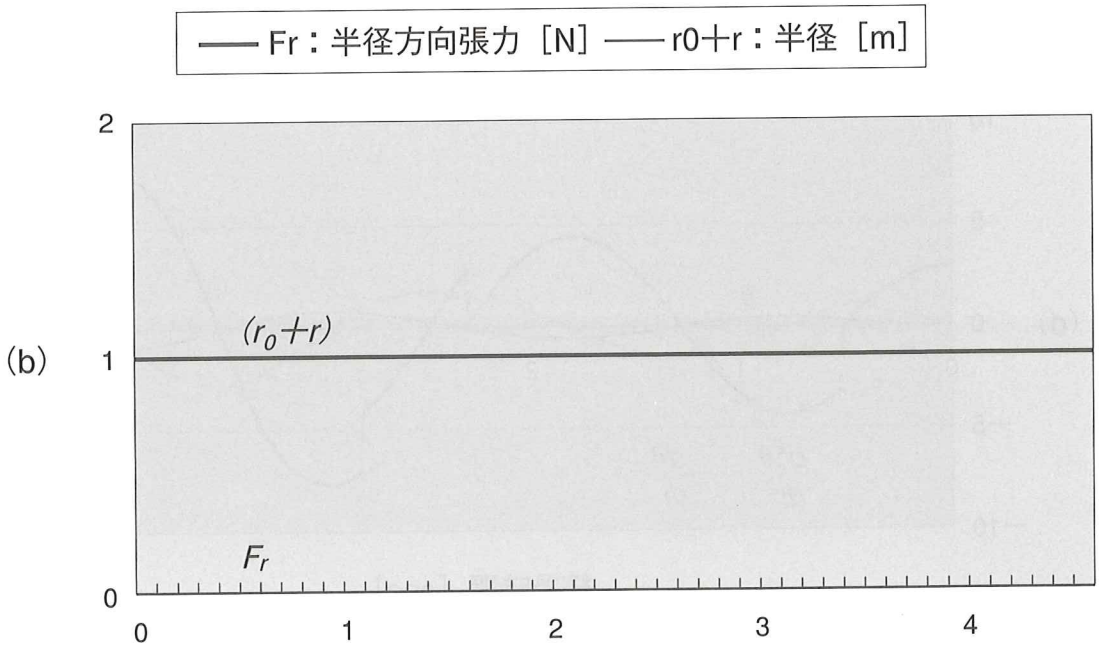
プログラムにおける発生張力の表示：

プログラムでは鉄棒と身体重心を結ぶ線の色によって、二つの発生張力 F_θ と F_r の値 (正, 負, 0) の組合せ (F_θ, F_r) を表す。黒： $(F_\theta, F_r) = (0, 0)$ 、青： $(0, 正)$ 、黄： $(正, 0)$ 、紫： $(正, 正)$ 、緑： $(0, 負)$ 、赤： $(正, 負)$ 。身体の伸縮についてだけ言えば、「赤」と「緑」では短縮力が働き、「紫」と「青」では伸展力が働い

ている。逆に、黒と黄では伸縮力が働いていない。

3.1 重力と角度方向張力だけによる振動

まず、振動半径が一定という最も基本的な振動が行われることを確認する。すなわち、半径方向張力を発生させず、(重力と) 正の角度方向張力だけによって振動を行なわせる。しかし、人が鉄棒にぶら下がった静止状態から(身体の伸縮なしに) この振動を行なうのは困難である。実際には他人に背中を押してもらうなどがこの振動に相当する。角度方向張力 F_θ は、身体の伸縮等を活用して発生させていると考えられる。本節では、(重力のほかには) 周期的に身体が前方に振り上がる時にだけ、正の角度方向張力を与えてシミュ



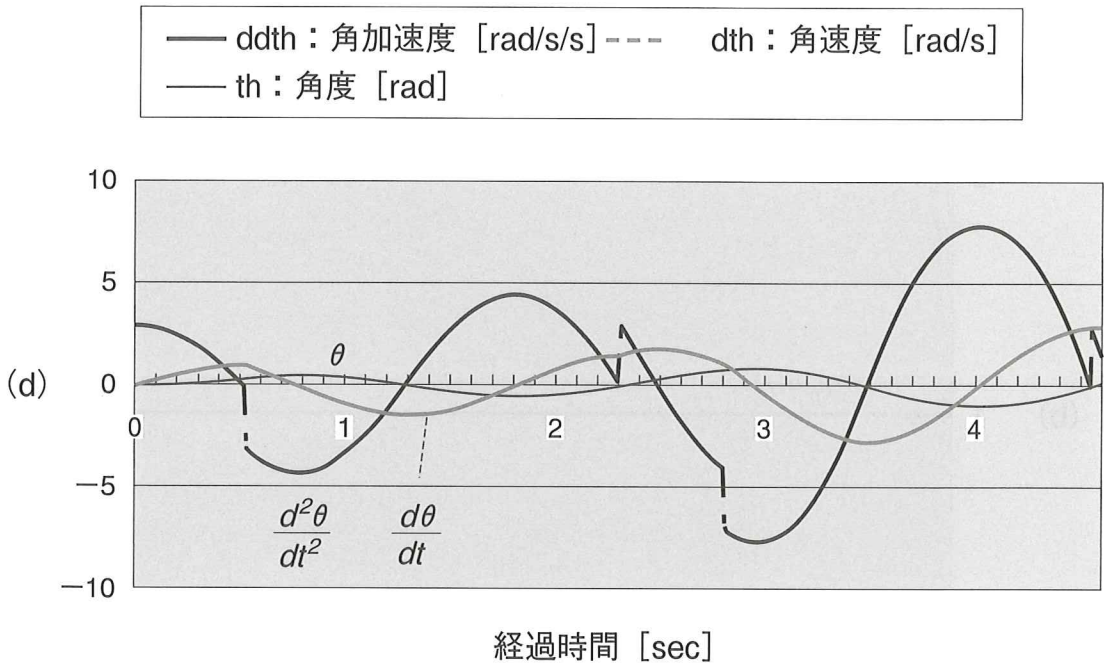
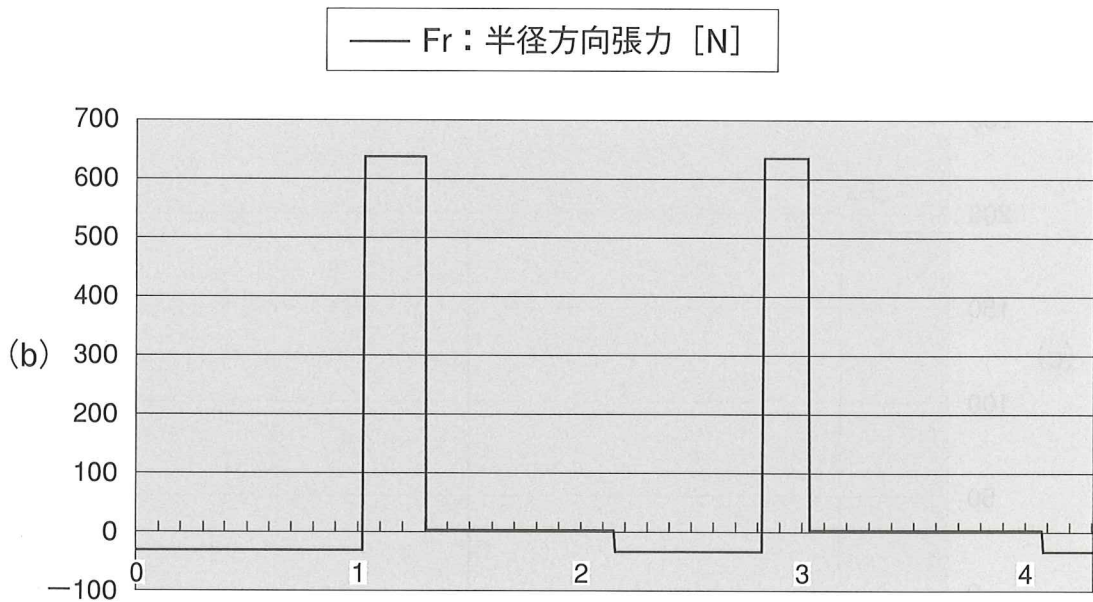


図3 重力と角度方向張力だけによる振動



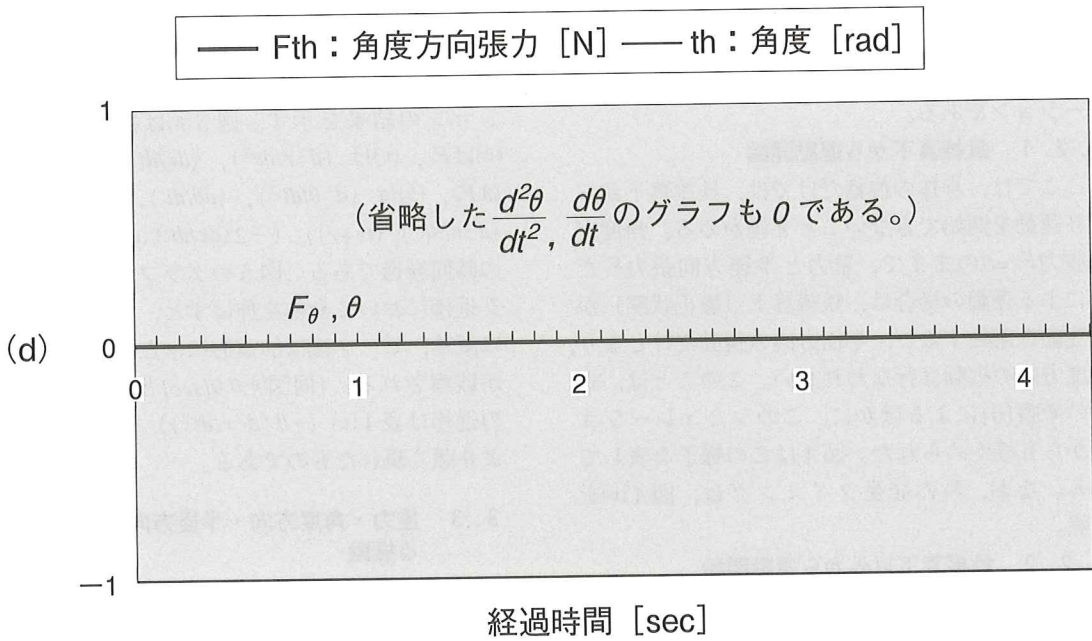
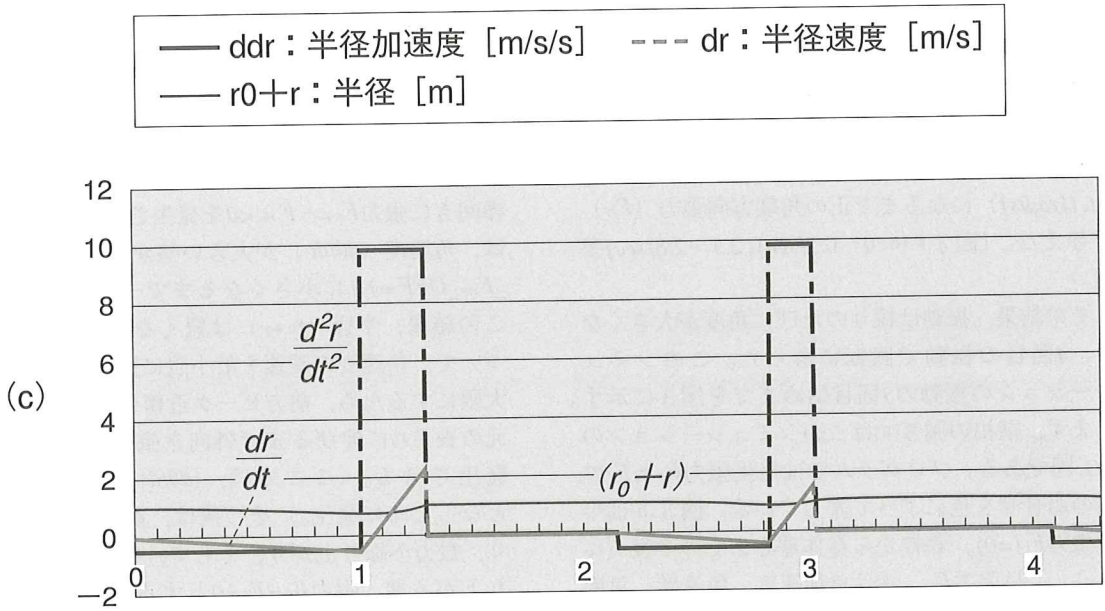


図4 重力と半径方向張力だけによる運動 (鉄棒真下から運動開始した場合)

レーションを行なった。

角度方向張力を与えるタイミングと結果

前方へ振るたびに、鉄棒真下から角速度 ($d\theta/dt$) が正から0近傍しきい値 ($dth_F_{in_OFF}=1.1[\text{rad/s}]$) になるまで正の角度方向張力 (F_{θ}) を与えた。(図3(c)(d) $0\sim 0.5[\text{sec}]$, $2.3\sim 2.8[\text{sec}]$ 参照。)

その結果、振動は振りのたびに角度が大きくなり、4回目の振動で回転に移った。このシミュレーションの振動の3回目始めまでを図3に示す。

まず、前掲の図3(a)はこのシミュレーションのCG図である。プログラムでは発生張力 F_{θ} と F_r の値の組合せを色によって表している。図3(b)は半径張力 $F_r (=0)$ 、鉄棒から身体重心までの半径 (r_0+r)、(c)は張力 F_{θ} 、(d)は角加速度、角速度、角度の時間変化である。ここでは半径方向張力 $F_r=0$ であるから、半径は一定(1.0)のままとなっている。(図(b)) また、同図(d)の ($d^2\theta/dt^2$) のグラフは、重力項と F_{θ} 項の和になっていることがわかる。

3.2 重力と半径方向張力だけによる運動

次は、半径方向張力だけによる振動のシミュレーションである。

3.2.1 鉄棒真下から運動開始

ここでは、身体の伸縮だけでは、鉄棒真下から振り運動を開始できないことを確かめる。角度方向張力 $F_{\theta}=0$ のままで、重力と半径方向張力 F_r だけによる運動の場合は、鉄棒真下(静止状態)から運動を開始すると、半径方向の運動だけとなり、角度方向の振動は行なわれない。このことは、式(2)の考察[6]によるほかに、このシミュレーションからも確かめられた。図4はこの様子を表している。なお、 F_r の発生タイミングは、図4(b)を参照。

3.2.2 鉄棒真下以外から運動開始

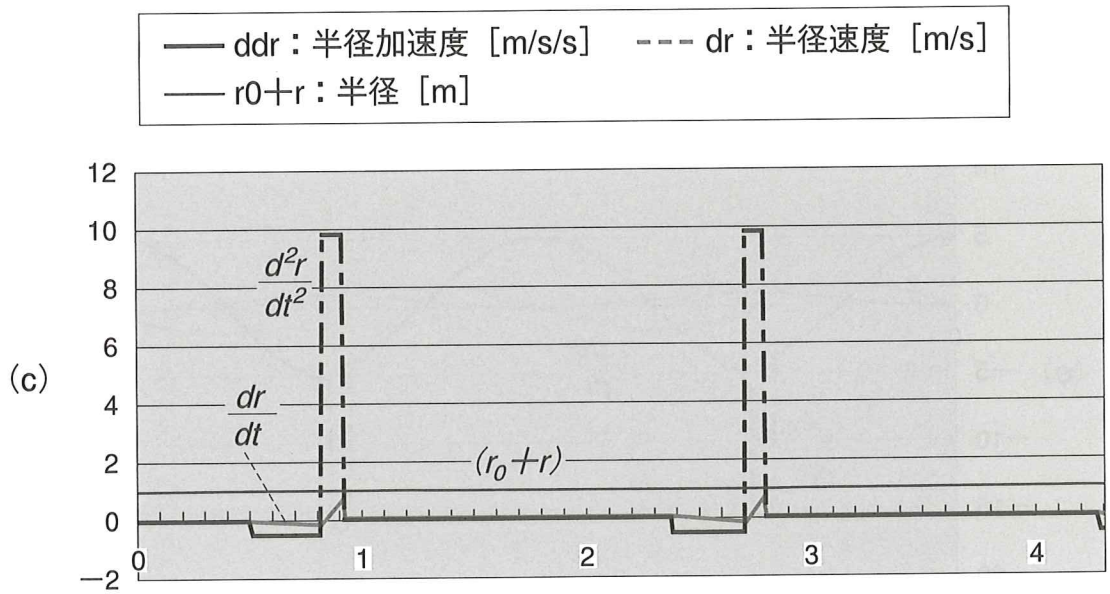
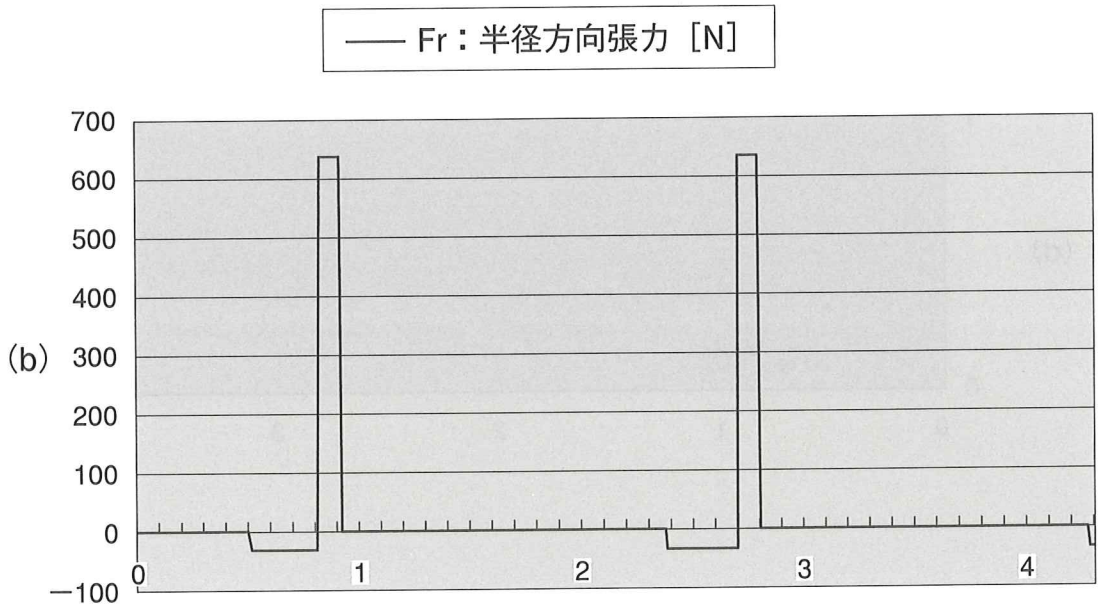
本節の狙いは、身体の伸縮だけによる(角速度の)加速効果を見ることである。前節の鉄棒真下からの運動開始に対して、今度は(角度方向張力

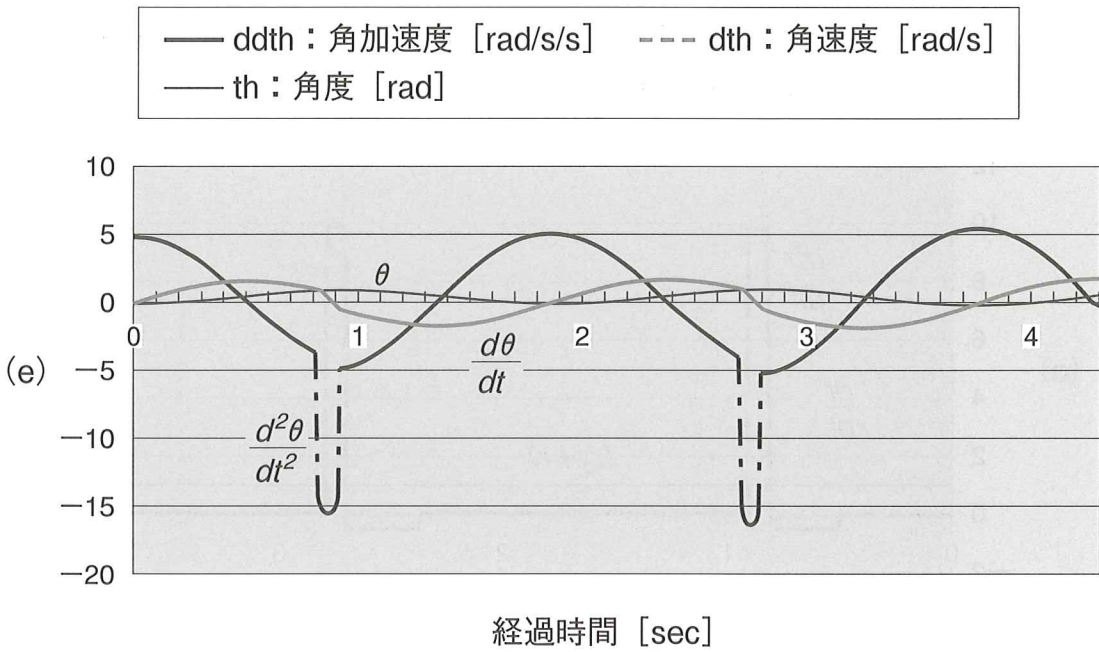
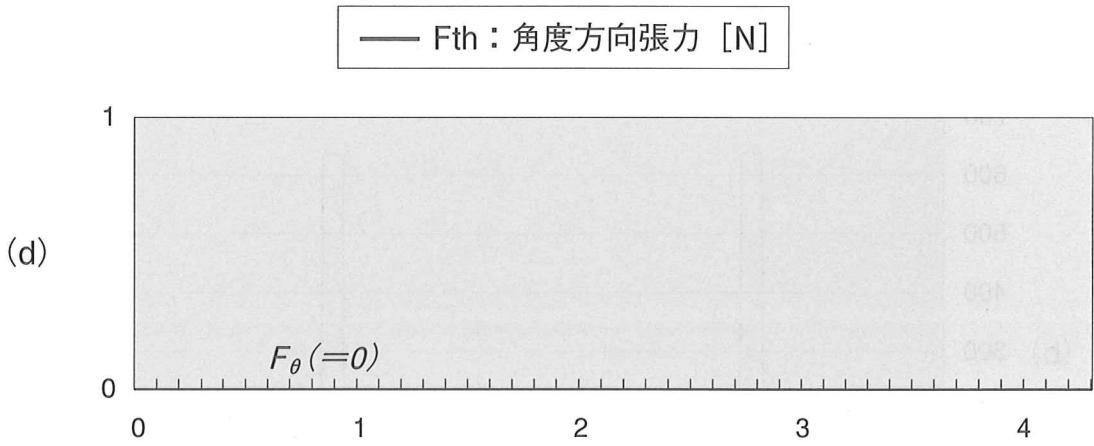
$F_{\theta}=0$ のまま)鉄棒の真下以外から(初速0で)シミュレーションを開始した。(開始角 $\theta_0=2.6179[\text{rad}]=150^\circ$) F_r の発生タイミングは、後方開始点から鉄棒真下までは張力 $F_r=0$ のままであり、鉄棒真下から前方振り上がりのピーク近くまで、鉄棒向きに張力 $F_r=-F_{rin}<0$ を発生させる。(ここでは、角速度($d\theta/dt$)が大きい値からしきい値 $dth_F_{rin_OFF}=1.1$ に小さくなるまで $-F_{rin}$ を発生。)この結果、半径(r_0+r)は短くなる($r\leq 0$)。つづいて、角速度の減速を最小限に抑え、加速を最大限にするため、前方ピーク近傍において半径が元の長さ r_0 に伸びるまで外向き張力 $F_r=F_{rout}>0$ を発生させる。(ここでは、($d\theta/dt$) $<dth_F_{rout}=1.1$ となった時に発生。)その後は、前方で振り下がり、後方へ振り上がり、そして、鉄棒真下まで振り下がる間、張力 $F_{\theta}=F_r=0$ とする。(ただし、前方ピークまでに半径が r_0 まで伸び切れていない場合は、振り下がり時にも r_0 になるまで $F_r=F_{rout}>0$ を発生。)以下、上記と同じタイミングで張力 F_r だけを発生させ、振動を繰り返す。

このシミュレーションの結果、身体の伸縮をこのようなタイミングで行なうと、 $F_{\theta}=0$ のままであるにもかかわらず、振動角度を効果的に大きくできることを確認した。図5にこのシミュレーションの結果を示す。図5(a)は振動のCG図、(b)は F_r 、(c)は(d^2r/dt^2)、(dr/dt)、(r_0+r)、(d)は F_{θ} 、(e)は($d^2\theta/dt^2$)、($d\theta/dt$)、 θ 、(f)は($-\theta(d^2r/dt^2)/(r_0+r)$)、($-2(dr/dt)(d\theta/dt)/(r_0+r)$)の時間経過である。図5のグラフから、前方ピーク近傍において身体を伸ばすと、これがピーク前は減速、ピーク後は加速的にはたらいっている様子が観察される。(同図(e) $0.9[\text{sec}]$ と $2.8[\text{sec}]$ 近傍)この近傍は表1(b) ($-\theta(d^2r/dt^2)$) 行のはたらきがより強く現れたものである。

3.3 重力・角度方向・半径方向の3張力による振動

本節は、普通に行われる鉄棒振り運動に近い形のシミュレーションを行う。重力のほかに角度方向と半径方向の張力 F_{θ} と F_r を共に発生させて、





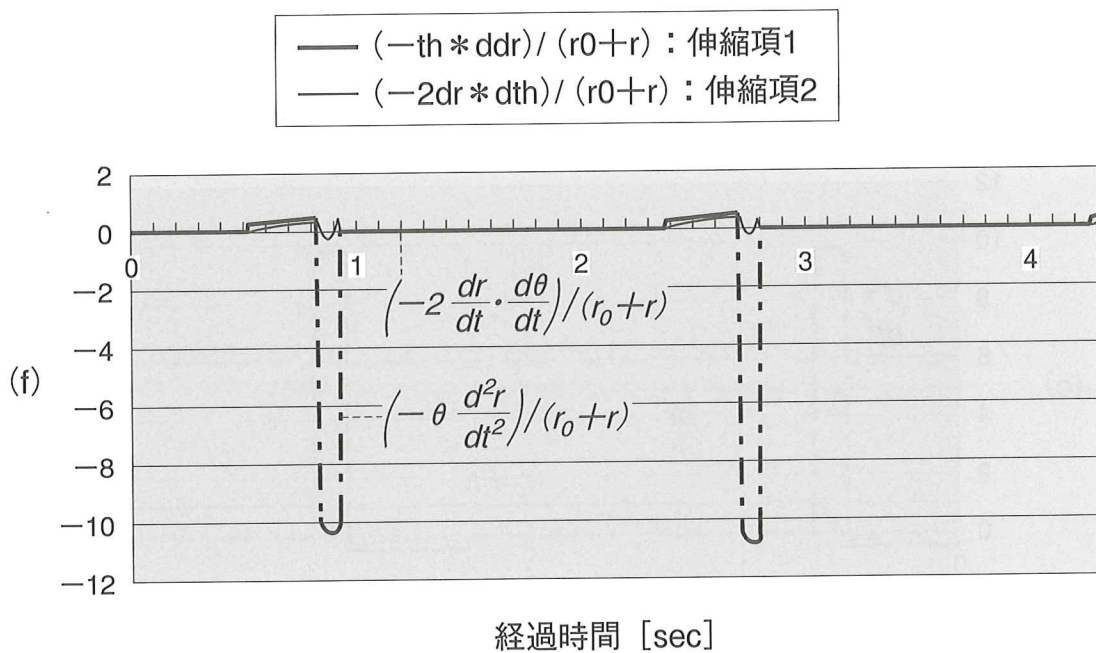
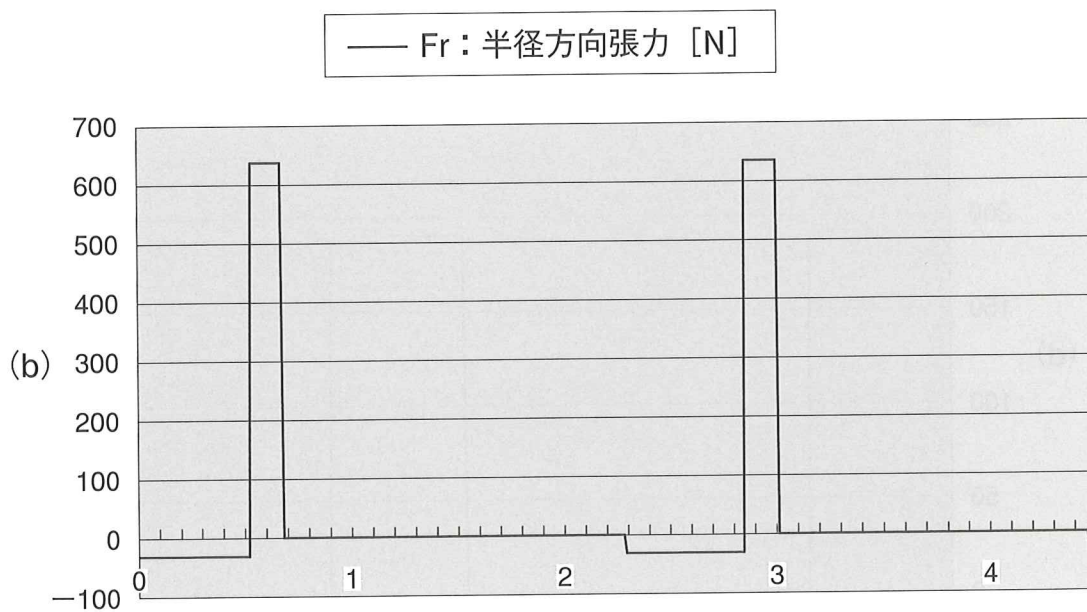
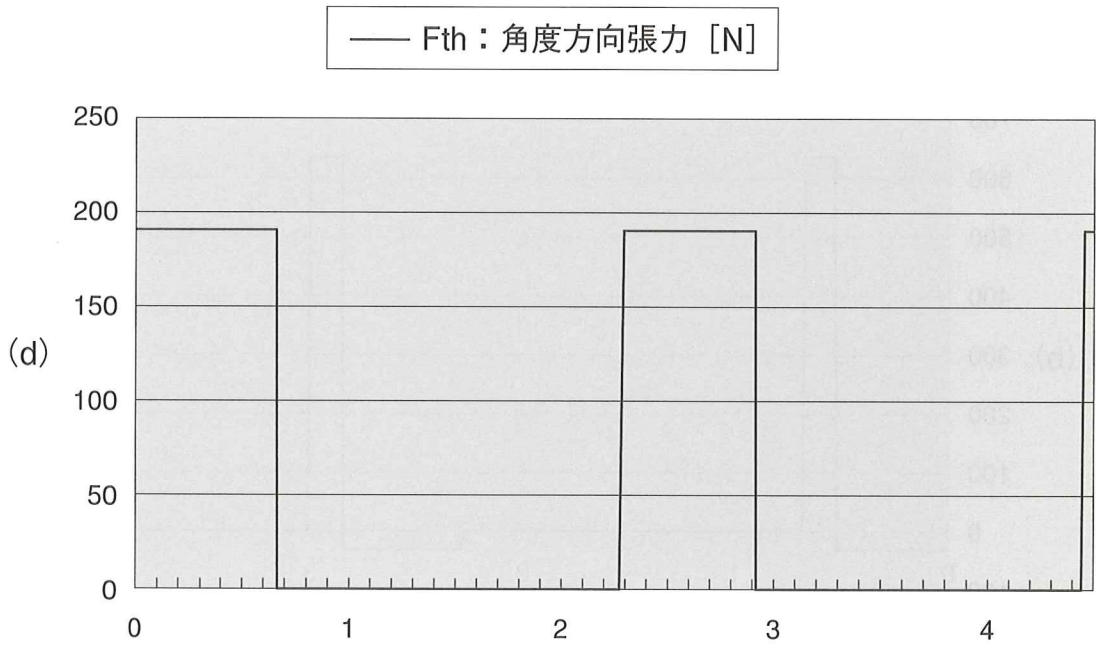
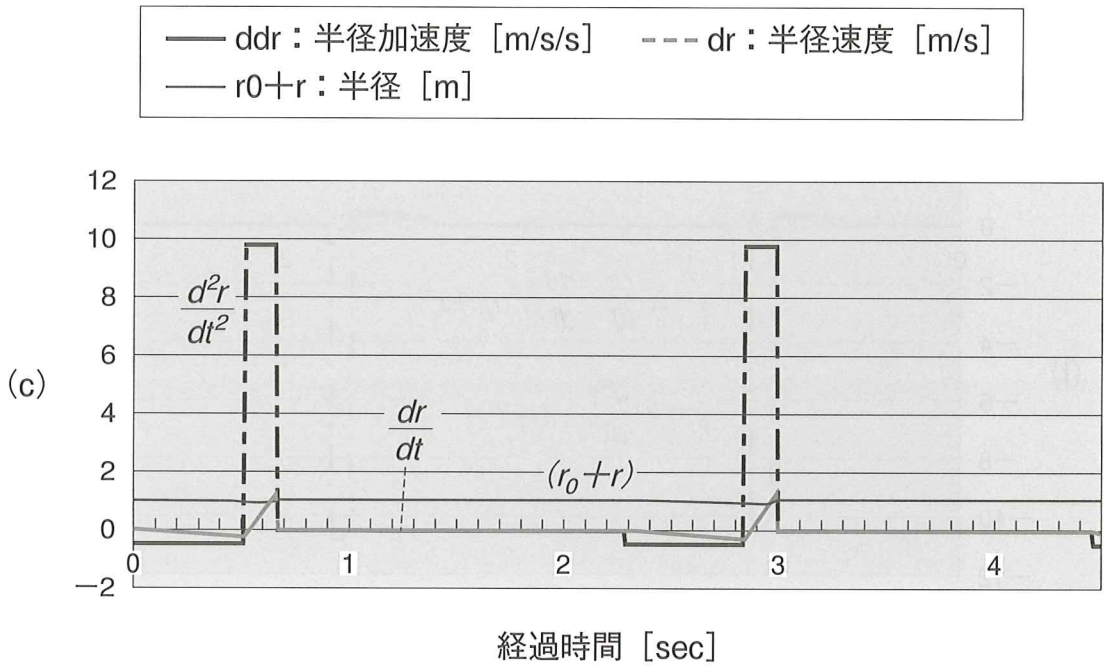


図5 重力と半径方向張力だけによる運動（鉄棒真下以外から運動開始した場合）





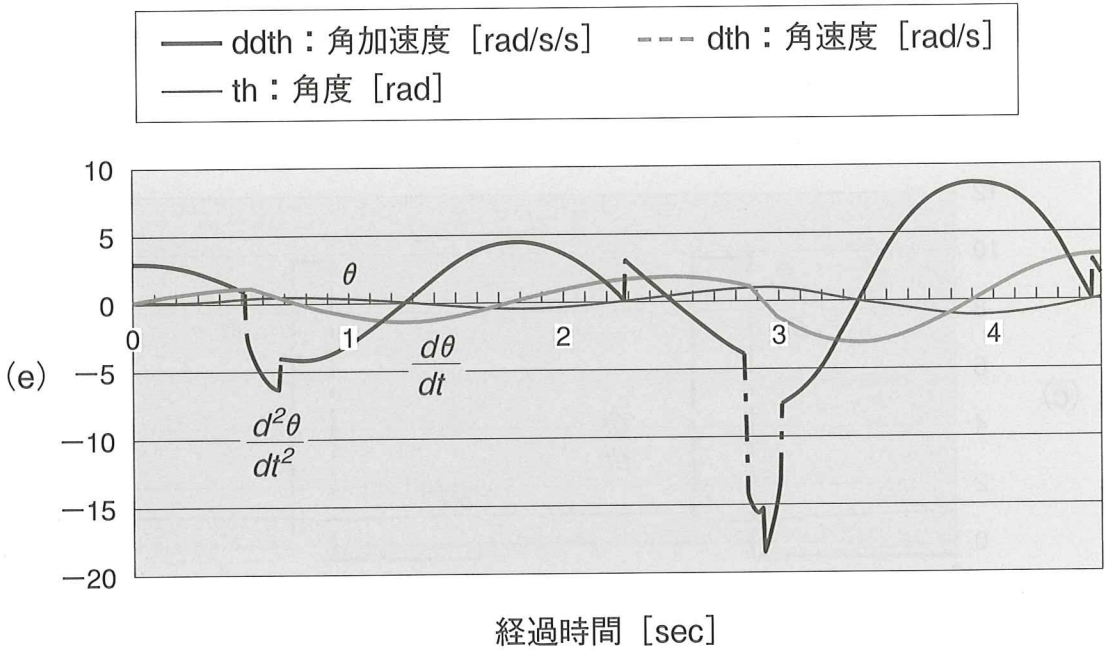
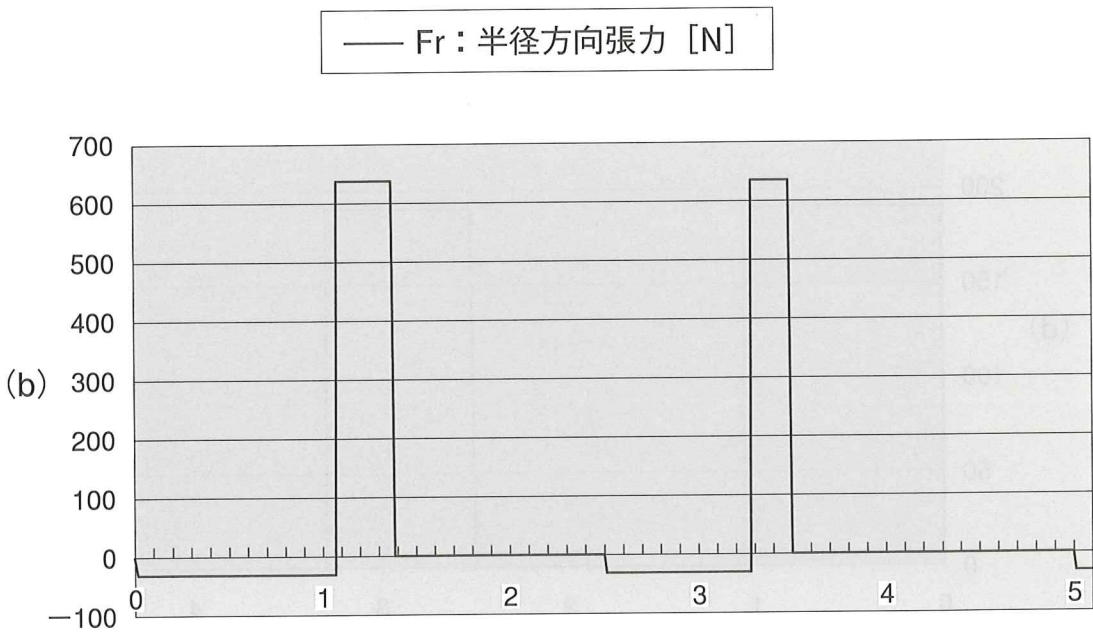
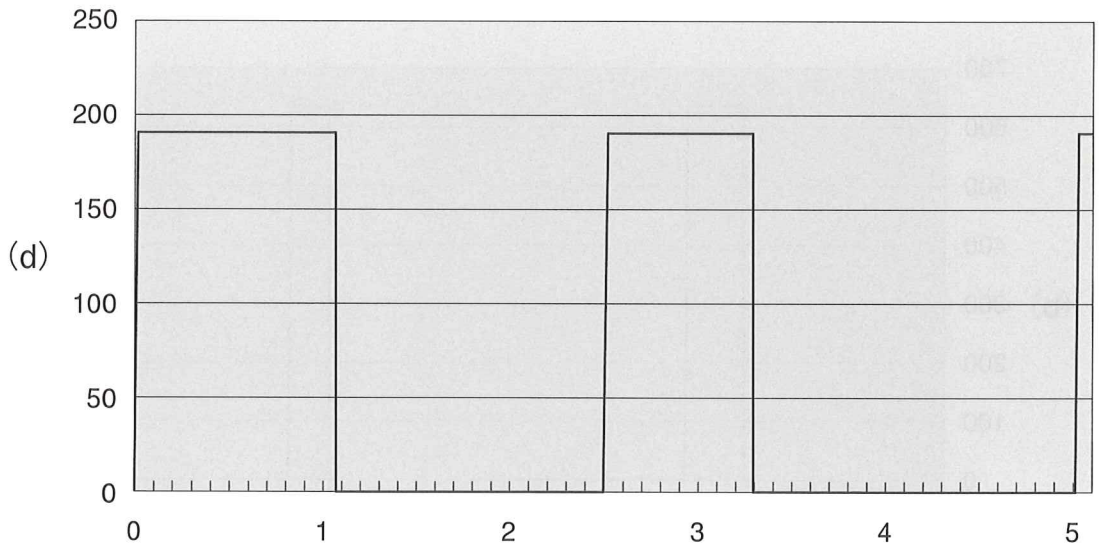
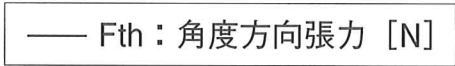
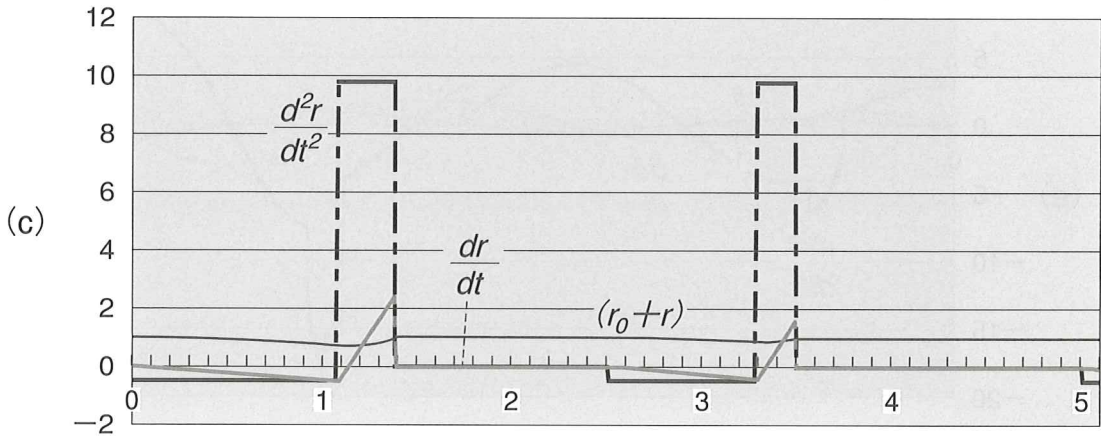
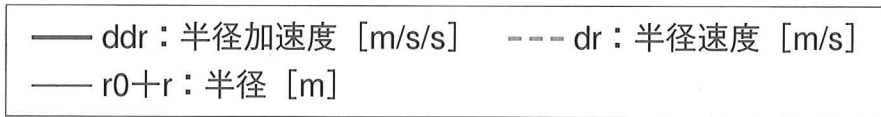


図6 重力・角度方向・半径方向3張力による振動





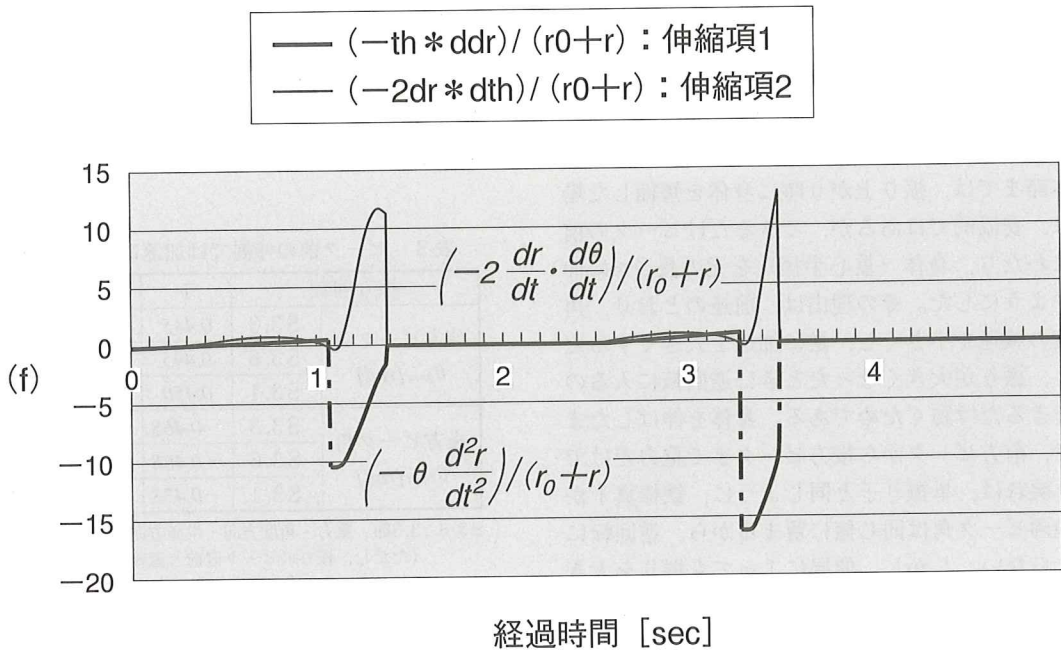
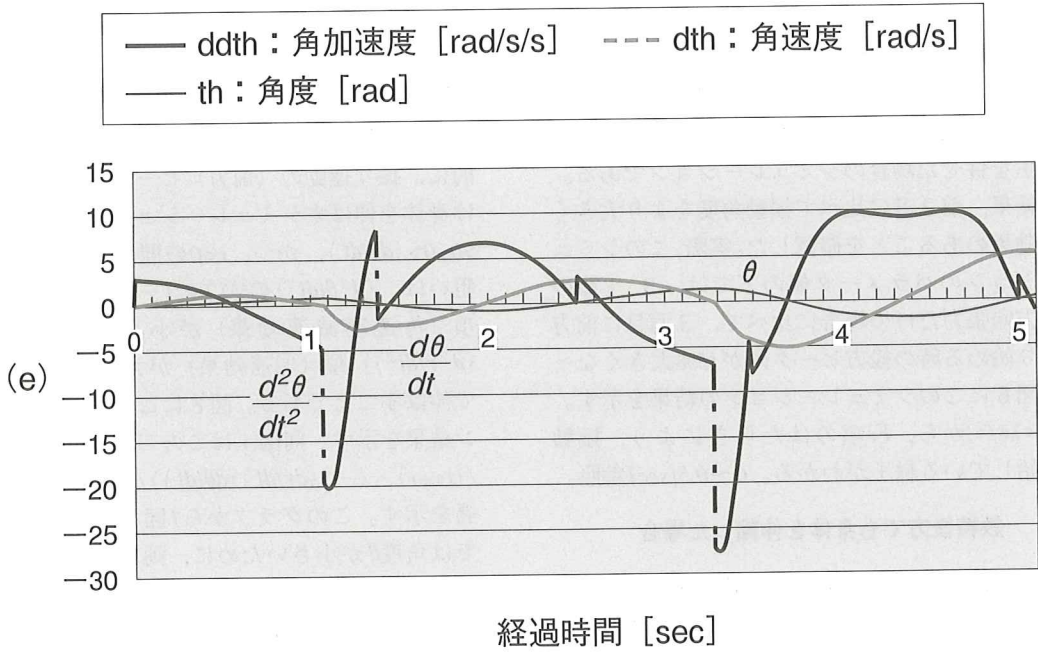


図8 (前方) ピーク直後に伸展

振動シミュレーションを行なった。 F_θ の発生タイミングは3.1節の場合と同じである。 F_r の発生タイミングは3.2.2節と同じである。つまり、この意味で3.1節の張力 F_θ と3.2節の張力 F_r の発生を併せた場合のシミュレーションである。この結果、前2者に比べて振動角度をより大きくする効果のあることを確認した。実際、このシミュレーションのパラメータ値の下では、3.1節の角度方向張力だけの場合に比べて、3回目に前方へ振り始める時の後方ピーク角が15%大きくなった。図6にこのシミュレーションの結果を示す。図6(c)(d)(e)から、 F_θ 項のはたらきにより、振動を開始している様子がわかる。 $0 \sim 0.5[sec]$ 参照。

3.4 鉄棒後方でも身体を伸縮した場合

本節では、後方でも身体を伸縮することにより、振りを更に大きくできることを確認したい。3.2, 3.3節では、身体の短縮は前方に振り上がる時にだけ行なった。これに加えて、この節では後方に振り上がる時にも身体の短縮を行なう。後方での伸縮のタイミングは、これまでの前方での伸縮タイミングに準じる。前掲図7はこのシミュレーションの結果(CG図)を示す。3.3節の場合に比べて3回目に入るときの後方ピーク角がさらに0.4%だけ大きくなっている。もっと大きな効果は3.5節の末尾を参照。

本節までは、振り上がり時に身体を短縮した場合は、妥協的ではあるが、できるだけピークの前後にわたり、身体(重心半径)を元の長さ r_0 に伸ばすようにした。その理由は、前述のとおり、角速度の減速を小さくし、逆に加速を大きくするためと、振りが大きくなったときに逆回転に入るのをできるだけ防ぐためである。身体を伸ばしたままで、前方ピークから後方ピークまで重力だけで振り戻れば、単振り子と同じように、鉄棒真下からの両ピーク角は同じ値に留まるから、逆回転には入らない。しかし、伸展によっても振りを大きくしたいので、多少逆回転の可能性もでてくるが、伸展タイミングを調整して、加速効果のあるピーク直後での伸展も行わせた。普通の鉄棒振り運動

はこの振り方に近いと考えられる。

3.5 ピーク直後に伸展

特に加速効果のある伸展として、本節では意図的に、振り運動の(前方)ピーク直後においてだけ身体を伸ばすシミュレーションを行なった。 $(\theta > 0, \dot{\theta} > (d\theta/dt))$ 、かつ、 $r < 0$ の間にだけ伸展)その狙いは、 $(d^2\theta/dt^2)$ の式(2)の $(-2(dr/dt)(d\theta/dt))$ 項(角速度減速効果)が小さく、かつ、 $(-\theta(d^2r/dt^2))$ 項(加速効果)が大きいタイミングで伸ばすことである。図8にこのシミュレーション結果を示す。同図(f)はこの二項 $(-\theta(d^2r/dt^2))/(r_0+r)$ 、 $(-2(dr/dt)(d\theta/dt))/(r_0+r)$ の時間経過を示す。このグラフから1回目の振りのピークでは角度 θ が小さいために、両項の加速・減速効果はほぼ打消し合うが、2回目のピークでは θ がほぼ2倍に大きくなったために、 $(-\theta(d^2r/dt^2))/(r_0+r)$ 項の加速効果が他方の減速効果を上回っている。この加速効果により、このシミュレーションでは3回目の振りで早くも回転に入る。ちなみに、これまでの各シミュレーションにおいて回転に入るまでの振り回数を確認したところ、3.1節身体を伸縮させない場合は5回目、3.3節前方においてだけ伸縮の場合は4回目、3.4節後方においても伸縮の場合は3.5回目(3回目終了時逆回転)であった。

表3 ピーク前の伸展では加速は得られない

振り回数		1	2	3
前方ピーク角 $\theta_{fmax}[rad]$	S3.3	0.445	0.955	1.809
	S3.6	0.445	0.672	1.050
	S3.1	0.450	0.678	1.057
後方ピーク角 $\theta_{bmax}[rad]$	S3.3	-0.468	-1.069	-2.394
	S3.6	-0.468	-0.706	-1.102
	S3.1	-0.473	-0.712	-1.110

S3.3: 3.3節 重力・角度方向・半径方向3張力による振動(ただし、振りのピーク直前と直後における身体伸展あり。 dth_F_{rot} 等角速度しきい値=1.1)

S3.6: 3.6節 重力・角度方向・半径方向3張力による振動(ただし、ピークまでに伸展終了。角速度しきい値=2.0)

S3.1: 3.1節 重力と角度方向張力だけによる振動(ただし、 $dth_F_{th_OFF}=2.0$)。

3.6 ピークまでに伸展終了

今度は逆に加速効果のない伸展のシミュレーションを行った。このために、3.3節のシミュレーションにおいて、各張力の発生・停止タイミングを、角速度しきい値 $dth_F_{th_OFF}=dth_F_{th_OFF}=dth_F_{rot}=1.1$ から、2.0に早めた。これにより、狙い通り伸展がピーク到達前に終了した。この場合の身体伸展による加速効果の有無を調べるために、3.1節のシミュレーションにおいて、角速度しきい値 $dth_F_{th_OFF}$ を1.1から同じく2.0に変更して、両者の振りのピーク角を比較した。この結果を表3並びに図9、図10に示す。表3から両者 (s3.6とs3.1) のピーク角の差はわずか1%前後であり、差は無いと言ってよい。両者の角度方向張力発生タイミングに差は無いので、この結果より、振り上がりのピークまでに伸展を終了した場合は、伸展による加速効果は得られなかったと言えよう。表3には伸展加速効果が得られている3.3節の結果も最初に示した。

3.7 重力・角度方向・半径方向張力による回転

重力・角度方向・半径方向張力による振りから回転に入った様子を図11に示した。実際には振動から複数回転まで表すために、式(2)右辺の θ は、これを 2π で割った余りでおきかえた。回転・停止、その他の鉄棒基本運動については別の機会に報告したい。

4. あとがき

鉄棒体操の振動と回転の制御原理に基づいて、その制御シミュレーションを行なった。原理式(1)、(2)に基づく考察[6]と今回のシミュレーション結果から、鉄棒直下から振動を開始し、振動を効果的に行なうための、身体の伸縮タイミング等(コツ)について、明確に述べることができた。さらに、手の平の摩擦や空気抵抗を考慮すると、回転(大車輪等)においても、身体の伸縮を必要とするが、回転においては振動とは異なり、いかなる

タイミングで身体を伸ばしても、それは原理的に回転速度を低下させてしまうことも明らかになった。また、振動・回転運動に関するこれらの結果は経験的に知られ、行なわれているコツとも一致しているようである。蹴上がり等、ほかの回転技についても原理式(1)、(2)から、本文と同様に運動のコツを示すことができると予想している。また、これらの知見を3リンク以上の鉄棒体操モデルに活かすことができる。

参考文献

- [1]田川, 西野, 小高, 小倉: “鉄棒体操における動作知識のファジイ言語表現”, 第13回ファジイシステムシンポジウム講演論文集, pp.421-424, (1997).
- [2]真下, 西野, 小高, 小倉: “鉄棒体操演技知識の進化的獲得”, 第15回ファジイシステムシンポジウム講演論文集, pp.359-362, (1999).
- [3]Hiley, M.J., Yeadon, M.R. and Kerwin, D.G.: “Optimisation of rotation from the backward giant circle”, Proceedings of the VIIth International Symposium on Computer Simulation in Biomechanics, pp.38-41, (1999).
- [4]藤井: “骨格筋による鉄棒運動のCG実験”, 長崎総合科学大学院修士論文 (2000).
- [5]京都大学鉄棒研究会: 体操競技研究, タイムス (1984).
- [6]川端, 松尾: “鉄棒体操の振動と回転の制御原理 (1リンクモデルによる考察)”, 平成13年度電気関係学会九州支部連合大会論文集 (2001.10).