

## 仮想倒立振子を用いたヒトのフィードバック 制御機構の推定

日 當 明 男\*・竹 田 仰\*\*

### An Estimation of Human Feedback Control Mechanism using Virtual Inverted Pendulum

Haruo HINATA and Takashi TAKEDA

We have developed a platform for the training system using the virtual reality technologies. As part of our research, we have implemented and installed on the platform the simulation capability of an inverted pendulum standing on the virtual human palm. This paper reports on the estimation of human feedback control mechanism by means of virtual inverted pendulum.

#### 1. はじめに

我々は人工現実感の技術をヒトの生体機能の検査やリハビリテーションに役立てるための研究を行っており、いくつかの成果を得てきた [1] - [5]。このような研究の過程で、ヒトがものを操作するときに身に付けた“わざ”にも注目するようになった。本稿では、ヒトの“わざ”について考察する。

ここでいう“わざ”とは、ヒトがものを操作(制御)するときの一つの方法であって、何らかの意味で最適な制御になっているものと思われる。このようなヒトの“わざ”を制御理論の立場から評価し、その奥にある最適制御問題を見出すことができるならば、ヒトの制御機構の解明に役立ち、またヒトに近いロボットの開発にも利用できるのではないと思われる。

本稿での制御機構の推定には、現代制御理論の

実習装置としてもよく知られた1次元倒立振子システムを用いる。実際、棒(振子)を左右に傾くように台車上の一点に取り付け、台車を左右に動かすことによって、振子を倒立させることは非常に困難である。しかし、ここでの目的はヒトの制御機構の推定なので、制御が成功しなければその解析も意味を持たない。そのため我々は仮想世界の中で倒立制御実験を行う。なぜならば、仮想世界であれば制御が成功するように、振子系の各パラメタを自由に設定することができるからである。すなわち、仮想世界の中で振子を手のひらに立て、手を左右に動かすことにより振子を倒立させるのである。このとき、仮想世界内の振子は左右にしか傾かないように動きを拘束しておく。実験中の振子の傾斜角の値を一定の時間間隔でサンプリングし、その時系列データからヒトの制御機構を推定する。

本稿では、振子系のパラメタの値を自由に換えられることを用いて、それぞれのパラメタの変動

\*情報制御工学コース講師

\*\*情報制御工学コース教授

1995年11月29日受付

に対するヒトの制御の変化を考察する。さらに、制御の個人差や学習効果についても考察する。

## 2. システムの概要

本システムにより、仮想振子の倒立を試みている様子を Fig. 1 に示す。被験者は HMD を付け、力覚ディスプレイを装着する。ここでの力覚ディスプレイは、力のフィードバックを行っておらず、単に上肢の動きを計測するためだけに使っている。Fig. 2 に本システムの構成を示す。力覚ディスプレイから得られる関節角度はグラフィックスワークステーションに入力され、仮想の上肢の画像の更新を行う。これにより、実際の上肢の動きと同期して仮想の上肢も同じ動きをする。HMD にはジャイロ型の空間センサを取り付けている。振子の長さが長いときは HMD を上下方向に動かすことにより、振子の先や手元部分を見ることが可



Fig. 1 システム外観図

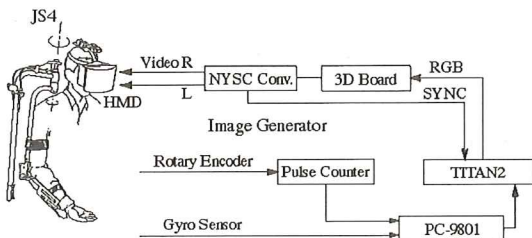


Fig. 2 システム構成図

能である。

## 3. 倒立振子の数学モデル

密度一様の細い振子の一端を支点とし、その支点の左右方向の動きで振子を倒立させる場合の概念図を Fig. 3 に、仮想世界での倒立制御実験の様子を Fig. 4 に、また各パラメータの定義を Table 1 に示す。

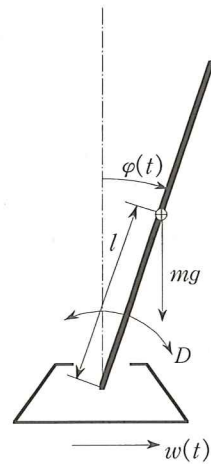


Fig. 3 倒立振子の概念図

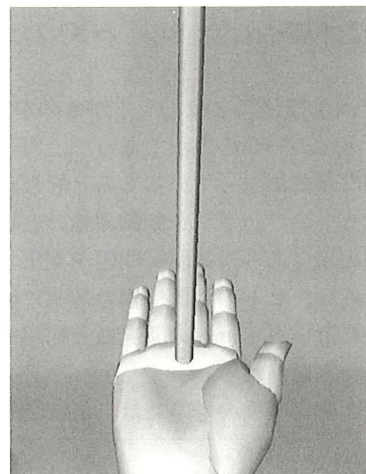


Fig. 4 仮想世界での振子の倒立

Table 1 パラメータの定義

振子の質量	$m$	[kg]
振子の支点から重心までの長さ	$l$	[m]
振子の慣性モーメント	$J$	[kg・m <sup>2</sup> ]
振子の支点軸の粘性摩擦係数	$D$	[kg・m <sup>2</sup> /s]
重力加速度	$g$	[m <sup>2</sup> /s]
振子の傾斜角	$\varphi(t)$	[rad]
支点の左右の加速度	$w(t)$	[m <sup>2</sup> /s]

このとき振子系の数学モデルは次のようになる。

$$(J + ml^2)\ddot{\varphi}(t) + D\dot{\varphi}(t) - mgl\sin\varphi(t) = -ml\cos\varphi(t)w(t) \quad (1)$$

この系の状態は  $(\varphi(t), \dot{\varphi}(t))$  であり、入力は  $w(t)$  である。また出力として振子の傾斜角  $\varphi(t)$  が観測されるものとする。この振子系は非線形であるが、 $(\varphi(t), \dot{\varphi}(t)) = (0, 0)$  の付近で線形近似すると

$$(J + ml^2)\ddot{\varphi}(t) + D\dot{\varphi}(t) - mgl\varphi(t) = -mlw(t) \quad (2)$$

となる。ここで振子の慣性モーメント  $J$  は、 $J = \frac{ml^2}{3}$  なので上式は

$$\ddot{\varphi}(t) + \frac{3D}{4ml^2}\dot{\varphi}(t) - \frac{3g}{4l}\varphi(t) = -\frac{3}{4l}w(t) \quad (3)$$

と書き換えられる。

線形近似系式(3)は不安定な極を持つことが容易に分かるので、振子系式(1)は不安定である。今、振子系式(1)に状態フィードバック制御則

$$w(t) = f_0\varphi(t) + f_1\dot{\varphi}(t) \quad (4)$$

を加えると、その線形近似フィードバック系は

$$\ddot{\varphi}(t) + \frac{3}{4l}\left(\frac{D}{ml} + f_1\right)\dot{\varphi}(t) - \frac{3}{4l}(f_0 - g)\varphi(t) = 0 \quad (5)$$

と表される。実際、式(3)に式(4)を代入した形となる。この系が複素極  $\alpha \pm j\beta$  を持つとすると、式(5)は振動系

$$\ddot{\varphi}(t) - 2\alpha\dot{\varphi}(t) + (\alpha^2 + \beta^2)\varphi(t) = 0 \quad (6)$$

と同等となる。従って、 $\alpha \in \mathbf{R}, \beta > 0$  を任意に選び、式(5)を式(6)と同じにするためには

$$f_0 = \frac{4l}{3}(\alpha^2 + \beta^2) + g \quad (7)$$

$$f_1 = \left(\frac{8\alpha l}{3} + \frac{D}{ml}\right) \quad (8)$$

とすればよい。このときフィードバック系式(5)ま

たは振動系式(6)の解曲線は

$$\varphi(t) = e^{\alpha t} \left( q \cos \beta t + \frac{r - \alpha q}{\beta} \sin \beta t \right), \quad (9)$$

$$q = \varphi(0), r = \dot{\varphi}(0)$$

と表される。ここで、振動系式(6)が安定になるためには、 $\alpha < 0$  であればよい。

振子系式(1)または線形近似系式(3)のような不安定なシステムに、フィードバック制御則式(4)を加えてフィードバック系式(5)を安定にしたとき、そのフィードバック制御が解となる最適制御問題がある条件の下で存在することが知られている[6]。すなわち次の命題が成り立つ。

[命題]

線形システム式(3)に対してフィードバック制御則式(4)を施したとき、フィードバック系式(5)が安定になるとする。このとき

$$f_0^2 + a_2 f_0 f_1 - a_1 f_1^2 \neq 0 \quad (10)$$

$$\left| 1 - \frac{j f_1 b_1 \omega + f_0 b_1}{j \omega (j \omega - a_2) - a_1} \right| > 1, \omega \in \mathbf{R} \quad (11)$$

が成り立つならば、フィードバック制御則式(4)が最適解となる最適制御問題

$$\int_0^\infty \left\{ (c_0 \varphi(t) + c_1 \dot{\varphi}(t))^2 + w(t)^2 \right\} dt \quad (12)$$

の  $c_0, c_1$  が存在する。ここで、

$$a_1 = \frac{3g}{4l}, a_2 = -\frac{3D}{4ml^2}, a_3 = -\frac{3}{4l} \quad (13)$$

とする。□

フィードバック制御機構を推定するには、その制御の基準となる最適制御問題を見つけることが重要である。しかし、今回はフィードバック系の極配置について考察する。

4. ヒトの制御に対する仮定と非線形回帰

本稿では、ヒトの制御機構の推定を目的としているが、ヒトの制御について2つの仮定を設ける。

(a) ヒトのフィードバック制御則は式(4)のように表現される。

(b) フィードバック系式(5)は振動系である。

仮定(a)は、フィードバック制御が線形で、時不

変であることを意味している。実際のヒトの制御は非線形であり、時変であろう。制御の非線形性はシステムの非線形性に大きく依存しているものと思われる。しかし、ここでの倒立制御実験は小さな傾斜角の範囲内で行われるため、振子系式(1)が式(3)のように線形近似され、制御も線形であるとして良いであろう。また制御開始当初の制御法と、ほぼ倒立した後の振子を維持するための制御法とは自ずと異なり、制御は時変であると考えられる。今回我々は、倒立維持の制御より制御開始直後の制御に注目し、その仕組みを推定する。すなわち、制御開始直後の振子の傾斜角の時系列データから、フィードバック系の解曲線への非線形回帰を行う。

仮定(b)はフィードバック系の解曲線に対する仮定である。フィードバック系が式(5)のように表現されても、その解曲線は系の極が実数か複素数かで異なるパターンを持つ。仮定(b)はフィードバック系式(5)が複素数の極を持ち、その解曲線が式(9)のように表されることを意味している。これらの仮定は、実際に制御実験を行ってみると、妥当な仮定であることが分かる。従って、制御開始後約2秒間の傾斜角の時系列データから式(9)の曲線への非線形回帰(振動波形回帰)を行い、未知数 $(\alpha, \beta)$ を求める。実際、初期状態 $(q, r)$ も未知数と考えて推定を行う。このような非線形回帰は、その初期曲線、すなわち未知数の初期値の選び方によって、その収束性が大きく左右されることに注意しなければならない。実際、我々は得られた時系列データをグラフ化し、それにある程度フィットするような式(9)の曲線を求め、その際のパラメタの値を初期値として設定した。このような非線形回帰によってパラメタ $(\alpha, \beta)$ が求められれば、そのフィードバック系の極は $\alpha \pm j\beta$ であり、そのときのフィードバックゲインは式(7)および式(8)によって容易に計算され、前節の命題によって、制御の基準となっている最適制御問題が求められる。しかし今回の実験では、ヒトによるフィードバック制御系の極配置をその制御機構とみなし、ここでは、具体的にフィードバックゲインや最適問題

を求めることはしない。

## 5. 倒立制御実験

まず、 $l=1.5, m=1.0, D=0.0, g=4.0$ のようにシステムのパラメタを設定し、1人の被験者Aが倒立制御実験を行った。ここで、 $D=0.0$ なので式(5)よりフィードバック系への質量 $m$ の影響は現れないが、 $m=1.0$ としているのは単に数値計算上の処置であることに注意する。倒立に成功した試行の時系列データとそのデータに対する推定曲線、また振動波形回帰によって得られる $(\alpha, \beta)$ の推定値をFig.5に示す。ここで、解曲線の減衰率および周期はそれぞれ $\alpha$ および $\alpha^2 + \beta^2$ で規定されることに注意する。すなわち、 $\alpha$ の絶対値が大きければ減衰率は大きくなり、オーバーシュートは小さくなる。また、 $\alpha^2 + \beta^2$ の値(点 $(\alpha, \beta)$ と原点との距離の2乗)が大きければそれだけ周期は短くなる。

次にシステムの各パラメタの値の変動がヒトのフィードバック制御に与える影響を調べる。これらの実験は同じ被験者Aで行い、それぞれの実験において各パラメタ毎に十数回の倒立制御を試み、倒立に成功した試行の振子の傾斜角の時系列データから非線形回帰を用いて得られる $(\alpha, \beta)$ の平均値の推移によって、振子系のパラメタの変動の影響を考察する。

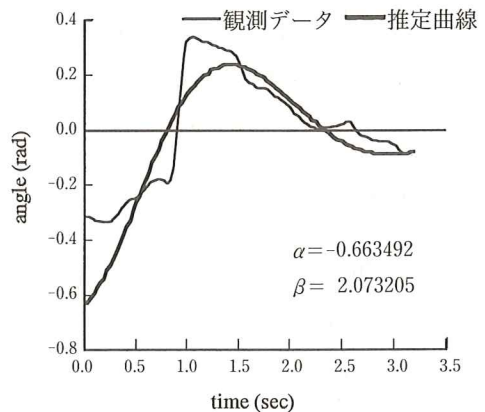
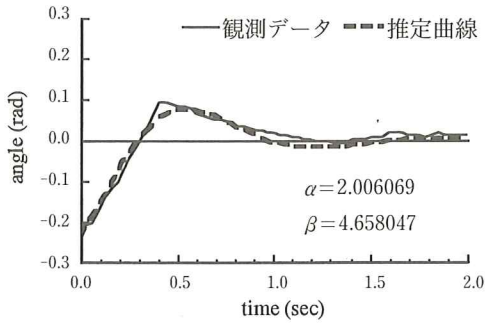
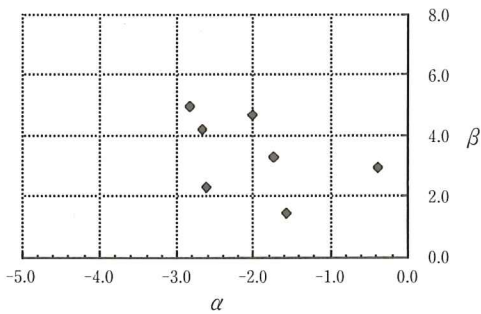


Fig. 5 実験結果の1例



(a)  $g=6.0$  のときの 1 例



(b)  $g=6.0$  のときの  $(\alpha, \beta)$  の分布

Fig. 6  $g=6.0$  の実験結果

Table 2  $g$  の各値に対する  $\alpha$  および  $\beta$  の平均値

$g$	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0
$\bar{\alpha}$	-1.14885	-1.32829	-1.97560	-2.21579	-1.97572
$\bar{\beta}$	2.82042	2.71512	3.40431	4.96356	3.28347

### 5.1. 重力加速度の影響

ここでは重力加速度の影響を調べる。式(5)より重力加速度は、解曲線の周期に影響を及ぼすものと思われる。 $g$  以外の振子系のパラメタの値は、

$$m=1.0, D=0.0, l=1.0$$

とする。ここで  $D=0.0$  であるが、 $m=1.0$  としているのは前出と同様に数値計算上の理由によるものである。各実験における重力加速度  $g$  は以下の値を取るものとする。

$$g=4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0$$

$g=6.0$  のときの実験で倒立に成功した試行についての結果を Fig. 6 に示す。同図(a)には一つの試

行の時系列データ、推定曲線および  $(\alpha, \beta)$  の推定値を示し、同図(b)には成功した 7 回の試行から得られた  $(\alpha, \beta)$  の分布状況を示す。また Table 2 には  $g$  の各値に対する  $(\alpha, \beta)$  の推定値の平均値  $(\bar{\alpha}, \bar{\beta})$  を示す。Table 2 より、重力加速度が大きければ周期が短くなる傾向にあるように思われるが、 $g=8.0$  の時に  $g=6.0$  の時のように倒立させているのは、被験者の熟練によるものと思われる。実際大きな  $g$  では失敗も多く、ここには載せていないが、 $g=9.0, 9.8$  においてはほとんど倒立させることはできなかった。

### 5.2 振子の長さの影響

ここでは、振子の長さ  $2l$  の変動の影響を調べる。 $l$  の値の変化は、式(5)より解曲線の減衰率および周期に影響を及ぼすものと思われる。 $l$  以外の振子系のパラメタの値は

$$m=1.0, D=0.0, g=5.0$$

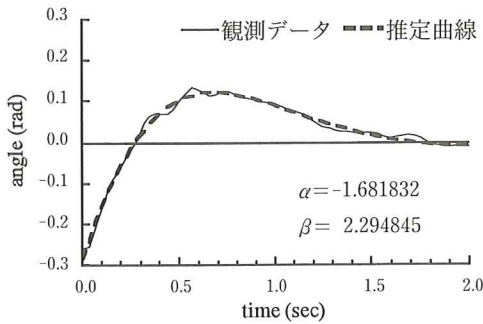
とする。ここで  $D=0.0$  であるが、 $m=1.0$  としているのは前出と同様に数値計算上の理由によるものである。各実験における  $l$  は以下の値を取るものとする。

$$l=0.3, 0.5, 1.0, 1.25$$

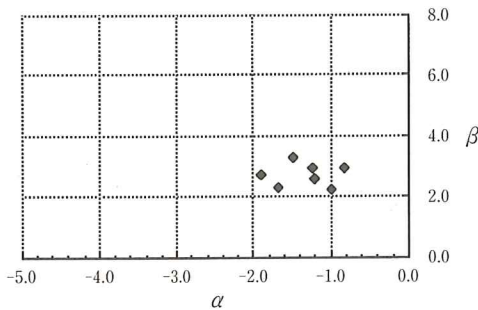
ここで  $l=1.0$  に対するデータは 5.1 小節の実験のデータを用いる。 $l=1.0$  のときの実験で倒立に成功した試行についての結果を Fig. 7 に示す。同図(a)には一つの試行の時系列データ、推定曲線および  $(\alpha, \beta)$  の推定値を示し、同図(b)には成功した 7 回の試行から得られた  $(\alpha, \beta)$  の分布状況を示す。また Table 3 には  $l$  の各値に対する  $(\alpha, \beta)$  の推定値の平均値  $(\bar{\alpha}, \bar{\beta})$  を示す。Table 3 より  $l$  と  $(\bar{\alpha}, \bar{\beta})$  の関係は明確には分らないが、振子が長い方が倒立させやすいようである。それは  $(\alpha, \beta)$  の散らばりに見ることができ、Fig. 8(a), (b) にそれぞれ  $l=0.3, 1.25$  の時の  $(\alpha, \beta)$  の分布状況を示す。

### 5.3 振子の質量の影響

ここでは振子の質量の影響を調べる。式(5)より質量の影響を見るためには  $D \neq 0$  としなければな



(a)  $l=1.0$  のときの 1 例



(b)  $l=1.0$  のときの  $(\alpha, \beta)$  の分布

Fig. 7  $l=1.0$  の実験結果

Table 3  $l$  の各値に対する  $\alpha$  および  $\beta$  の平均値

$l$	0.3	0.5	0.6	1.0	1.25
$\bar{\alpha}$	-1.39202	-1.19651	-1.52206	-1.32829	-1.68229
$\bar{\beta}$	4.58423	2.82753	3.53396	2.71511	3.64664

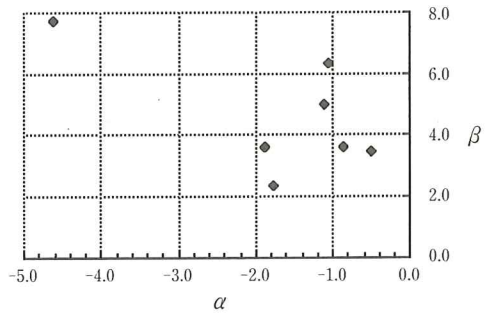
らない。このとき質量  $m$  の値によって解曲線の減衰率が変化するものと思われる。 $m$  以外の振子系のパラメタの値は、

$$D=0.0001, l=1.0, g=5.0$$

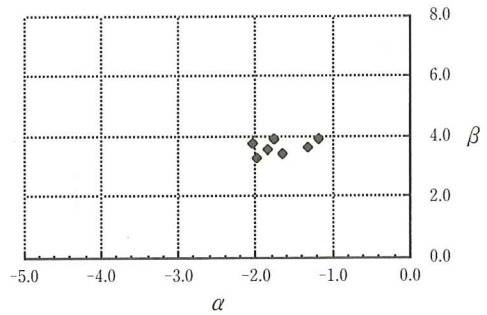
とする。また振子の質量  $m$  は以下の値を取るものとする。

$$m=0.1, 0.2, 0.5, 0.8, 1.0$$

$m=0.2$  のときの実験で成功した試行についての結果を Fig. 9 に示す。同図(a)には一つの試行の時系列データ、推定曲線および  $(\alpha, \beta)$  の推定値を示し、同図(b)には成功した 7 回の試行から得られた  $(\alpha, \beta)$  の分布図を示す。また Table 4 には  $m$  の各値に対する  $(\alpha, \beta)$  の推定値の平均値  $(\bar{\alpha}, \bar{\beta})$  を示



(a)  $l=0.3$  のときの  $(\alpha, \beta)$  の分布



(b)  $l=1.25$  のときの  $(\alpha, \beta)$  の分布

Fig. 8 異なる  $l$  に対する  $(\alpha, \beta)$  の分布

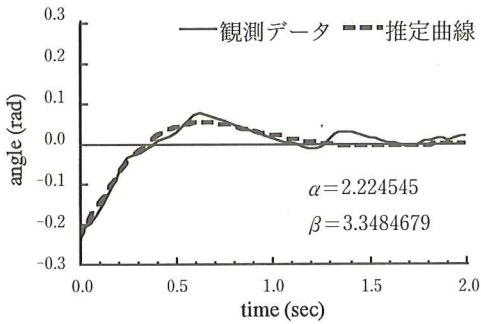
す。Table 4では  $m$  の値がヒトの制御に大きく影響を及ぼしているようには見えないが、これは  $D$  を小さくとしたため、式(5)において  $m$  の与える影響がフィードバックゲイン  $f_1$  と比べて小さすぎたためとも思われる。

## 6. 個人差と学習効果

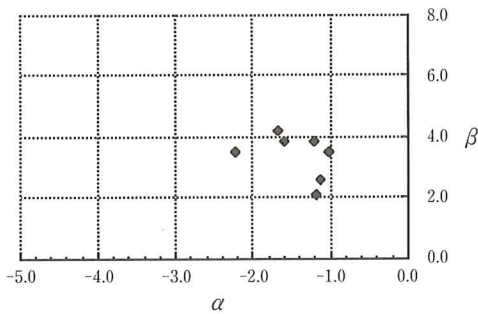
前節では、振子系の各パラメタの変動によって、ヒトの制御機構がどのように変化するか、について考察した。本節では制御の個人差やその学習効果について考察する。そのための実験における振子系の各パラメタの値を

$$l=1.0, m=1.0, D=0.0, g=1.0$$

とする。ここで、 $D=0.0$  にもかかわらず、 $m=1.0$  としているのは前出と同じ理由による。また重力加速度を  $g=1.0$  と小さく取っているのは、5.1小節の実験により、重力加速度が小さい方が容易に振子を倒立させられるという結果を得たためであ



(a)  $m=0.2$  のときの 1 例



(b)  $m=0.2$  のときの  $(\alpha, \beta)$  の分布

Fig. 9  $m=0.2$  の実験結果

Table 4  $m$  の各値に対する  $\alpha$  および  $\beta$  の平均値

$m$	0.1	0.2	0.5	0.8	1.0
$\bar{\alpha}$	-1.50414	-1.43539	-1.72768	-1.54173	-2.14969
$\bar{\beta}$	2.92168	3.37537	3.55442	2.55124	2.54819

る。

まず、前節と同じ被験者Aが十数回の制御実験を行い、成功した試行のそれぞれの時系列データから得られる  $(\alpha, \beta)$  の分布状況を Fig. 10 に示す。被験者Aは我々の研究および実験に当初より参加しており、この種の実験には充分経験を積んでいる。そのため前節の実験よりはこの実験の方が容易であったようで、その成功率も高く、その際の  $(\alpha, \beta)$  も狭い範囲にまとまっている。このことより、Fig. 10 内の  $(\alpha, \beta)$  の平均値  $(\bar{\alpha}, \bar{\beta})$  が、被験者A固有の制御パターンとみなすことができるであろう。

次に、異なる2人の被験者B、Cに同じ実験を

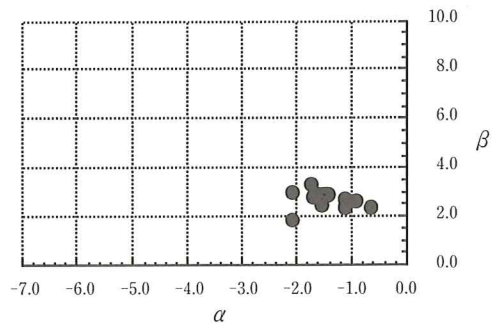


Fig. 10 被験者Aの  $(\alpha, \beta)$  の分布

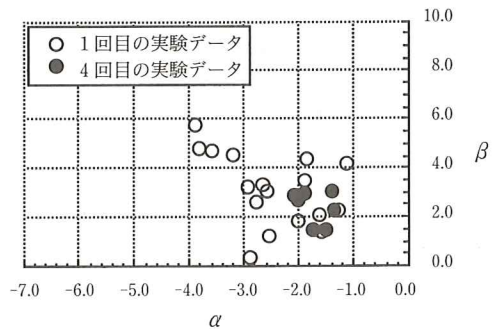


Fig. 11 被験者Bの  $(\alpha, \beta)$  の分布

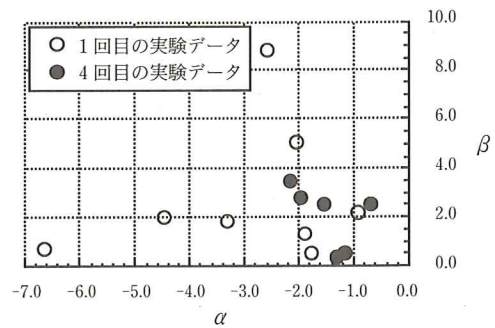


Fig. 12 被験者Cの  $(\alpha, \beta)$  の分布

Table 5 被験者Bの  $\alpha, \beta$  の平均と分散

実験回数	1	2	3	4	
平均	$\alpha$	-2.482	-1.449	-2.143	-1.704
	$\beta$	3.135	2.554	3.065	2.4200
分散	$\alpha$	0.743	1.284	0.783	0.090
	$\beta$	2.247	1.400	0.674	0.457

行う。被験者Bは被験者Aほどではないが、以前同様の実験を行ったことがあり、ある程度の経験

Table 6 被験者Cの $\alpha, \beta$ の平均と分散

実験回数		1	2	3	4
平均	$\alpha$	-2.955	-1.840	-1.994	-1.468
	$\beta$	2.799	2.544	2.687	2.047
分散	$\alpha$	3.436	0.315	3.666	0.280
	$\beta$	7.878	1.823	1.125	1.597

を持っている。被験者Cは全くの初心者である。実験は両被験者に2時間程度倒立制御実験を繰り返してもらい、約30分毎に成功した数回の試行の時系列データを取り、それぞれに対して $(\alpha, \beta)$ を推定した。Fig. 11とFig. 12にそれぞれの被験者の、約30分後と約120分後の $(\alpha, \beta)$ の分布状況を示す。また、Table 5とTable 6にそれぞれの被験者の約30分後、約60分後、約90分後および約120分後の $(\alpha, \beta)$ の平均とその分散を示す。

## 7. おわりに

一般に、ヒトが物を制御する仕組みは、画一的ではなく、また複雑でもあろう。しかし、簡単な装置の制御は短い時間だけみれば、単純な数式で表現できるのではないか、またヒトの制御機構がある程度分かれば、それを生体機能の検査やトレーニングに利用できるのではないか、との発想から本研究は始まった。今回の実験は本研究の出発点に当たるものである。

今回の実験は、系のパラメタの変動と制御機構の関係を調べることから始めたが、その結果は予想とは異なるものであった。すなわち、パラメタの変動がヒトの制御機構に明確な影響を及ぼしているようには見受けられなかった。これは実験中に被験者が、この実験のテクニックを学習し、パラメタの変動をカバーするようなフィードバック制御を施していたのではないかとと思われる。この実験に関する学習効果は6節の結果にもはっきりと現れている。振子系のパラメタがある程度変動しても、学習によって同じような制御パターンになるとすれば、パラメタの変動には影響を受けないような最適制御問題を念頭に置いて制御しているとも考えられる。今後は、ヒトの制御パターン

の裏側にある最適制御問題について考察を深めていきたい。また今回の実験では、仮想倒立振子の動きを1次元に限定しているが、これを2次元および3次元に拡張していきたい。

## 参考文献

- [1] 竹田：“人工現実感による上肢訓練および筋力計測システムの開発”，バイオメカニズム，12，pp.265-279，東大出版（1994）
- [2] 竹田：“人工現実感技術を医療・福祉に役立てるために—リハビリテーションから機能検査まで—”，日本人間工学会，第36回特別シンポジウム講演論文，S2-04，pp.42-45，（Jun，1995）
- [3] 竹田，筒井：“力覚提示機能を持つボールのドリブル仮想環境の構築”，テレビジョン学会誌，Vol.49，No.10，pp.1339-1346（1995）
- [4] 高比良，日當，竹田：“仮想倒立振子によるヒトのフィードバック制御機構の推定”，計測自動制御学会第11回ヒューマン・インターフェース・シンポジウム論文集，pp.461-466（Oct. 1995）
- [5] 高比良，日當，竹田：“仮想倒立振子によるヒトの制御機構の推定”，計測自動制御学会九州支部第14回学術講演会，pp.105-108（Nov. 1995）
- [6] 坂和：“線形システム制御論”，朝倉書店（1979）