長崎総合科学大学紀要第20巻第1号

有限温度におけるボーズ粒子系のエネルギースペクトル

大　矢　正　人*

Energy Spectrum in Many-Boson Systems at Finite Temperature

Masato Ooya

Abstract

An infinite system of interacting bosons at finite temperature is studied by a self-consistent method. A dynamical mapping between the original particle operator and the physical particle operator in terms of which the Hamiltonian is diagonalized, is carried out. Assuming that the system exhibits condensation of single-particle state, the relations of these mapping coefficients are found and it is shown that the existence of one gapless physical particle at finite temperature.

第1章　はじめに

液体He IIのエネルギースペクトルは，非弾性散乱実験[1]によって観測され，いわゆるフォノンーロトンスペクトルを示す。このフォノンーロトンスペクトルを理論的に求めるため，Bogoliubov[2]は弱い相互作用をしているボーズ粒子からなる系のエネルギースペクトルを求め，長波長領域でフォノン型になることを示した。しかしBogoliubovのモデルで反対方向の運動量をもつ粒子対の相関を注意深く取り扱えば，エネルギースペクトルはギャップを持つことが見つけられた。[3] しかしT=0の場合，このギャップの存在は非物理的であり，[4] さらに高次の効果をとりくむことによって，このギャップは消去することが確認されている。[5]

本論文の目的は，二体ポテンシャルで相互作用しているボーズ粒子系の有限温度におけるエネルギースペクトルを求めることである。セルフコンシステント法を使い，この系のハシルトニアンを対角化する漸近場表現を求める。この漸近場のエネルギーが求めるエネルギーである。Conglio等[6]はこの方法をT=0の場合に適用し，ギャップのないエネルギースペクトルを求めた。ここではT=0の場合のセルフコンシステント法を有限温度の場合に拡張し，有限温度における漸近場のエネルギーを求める。

ボーズ凝縮しかつ対相関をもつボーズ粒子系の有限温度におけるエネルギースペクトルは，Goble等[7]によって計算されている。その計算の立場は，Conglio等[8]の第1次セルフコンシステント法に相当し，エネルギースペクトルはギャップを持っている。Goble等はギャップをもたないように，化学ポテンシャルを現象論的に決めている。この困難はConglio等[6]が行ったように，力学的写像をおこなうことにより取り除くことができる。

第2章では，有限温度におけるセルフコンシステント法を使い，ボーズ粒子と漸近場粒子との間の力学的写像をおこなう。Bethe-Salpeter方程式を解くことにより，写像係数間の関係が求められる。第3章では，その係数関係より漸近場粒子のエネルギーをもとめ，エネルギースペクトルがギャップをもたないことを確認した。

---

*電気工学科
1979年5月31日受付

第２章　有限温度のセルフコンシステント法

§２．１　一般公式

この章では，二体の相互作用をしているボーズ粒子系のハミルトニアンを対角化する表現を求める。

系のハミルトニアンは次のようにあらわされる。

$$H=\sum_k(k^2-\mu)a_k^+a_k+\frac{1}{2v}\sum_{pp'q}V_q a_p^+ a_{p'}^+ a_{p'-q}a_{p+q} \tag{2.1}$$

ここで V_q は二体ポテンシャルのフーリエ成分であり，a_k，a_k^+ はそれぞれ運動量 k をもつ粒子の消滅，生成演算子である。これらの演算子は次の交換関係を満たす。

$$[a_k,\ a_{k'}^+]=\delta_{k,k'}$$

$$[a_k,\ a_{k'}]=[a_k^+,\ a_{k'}^+]=0$$

この系の物理的性質を調べるために，ハミルトニアンを対角化する漸近場表現を求める。この表現は梅沢のセルフコンシステント法から求められる。α_k，α_k^+ をハミルトニアンを対角化する漸近場の消滅，生成演算子とすると，演算子 a_k は次の形に表現される。

$$a_k=c\delta_{k,0}+d_k\alpha_k+e_k\alpha_{-k}^++\cdots\cdots\cdots$$

ここで第４項以下は演算子 α_k の２次以上のノーマル積になっている。定数 c，d_k，e_k はハミルトニアンに上の表現を代入したとき，ハミルトニアンが対角化されるように決定する。

$$H=\sum_k E_k\alpha_k^+\alpha_k+Q_v(\alpha)+W_0 \tag{2.2}$$

$Q_v(\alpha)$ は $V\to\infty$ のとき消去できる項であり，W_0 は定数である。演算子 α_k は a_k と同じ交換関係を満たしている。

梅沢はこの写像係数（c, d_k, e_k, ………）を次に述べる二段階の手順で決定する。最初，演算子 a_k を演算子 $\overline{\alpha_k}$ にカノニカル変換する。

$$a_k=u_k\overline{\alpha}_k-v_k\overline{\alpha}_{-k}^++v^{\frac{1}{2}}\chi\delta_{k,0}$$

$$a_k^+=u_k\overline{\alpha}_k^+-v_k\overline{\alpha}_{-k}+v^{\frac{1}{2}}\chi\delta_{k,0} \tag{2.3}$$

次に $\overline{\alpha}_k$ を漸近場の演算子 α_k で表現する。

$$\overline{\alpha}_k=Z^{\frac{1}{2}}\alpha_k+\cdots\cdots\cdots \tag{2.4}$$

Z は定数であり，第２項以下は α_k の高次のノーマル積である。

次にこのセルフコンシステント法を有限温度に拡張する。そのため高橋－梅沢[9]によって提案された，場の理論を統計力学に応用する試みを利用する。この試みの特徴は，温度に依存する真空 $|0(\beta)\rangle$，および演算子 $\alpha^+(\beta)$，$\alpha(\beta)$ を考え，新しいフォック空間 $\Omega(\beta)$ をつくることにある。真空 $|0(\beta)\rangle$ によって求められる真空期待値がいわゆる熱平衡に於ける平均値に等しいようにする。

$$\langle A\rangle=Z^{-1}T_r\{exp(-\beta H)A\}$$

$$Z=T_r\{exp(-\beta H)\}\quad \beta=1/k_BT$$

$$\langle A\rangle=\langle 0(\beta)|A|0(\beta)\rangle$$

自由ボーズ粒子からなる系を考えたとき，系の真空は次のように定義される。

$$H=\sum_k E_k\alpha_k^+\alpha_k+W_0\quad \alpha_k|0\rangle=0$$

演算子 α_k を $|0(\beta)\rangle$ に作用したとき，α_k は消滅演算子としての作用をしない。

$$\langle 0(\beta)|\alpha_k^+\alpha_k|0(\beta)\rangle=f_k\quad \langle 0(\beta)|\alpha_k\alpha_k^+|0(\beta)\rangle=1-f_k$$

$$f_k=[exp(\beta E_k)-1]^{-1} \tag{2.5}$$

上の関係式は演算子 α_k が次のような演算子としてふるまうとき満足される。

$$\alpha_k=(1+f_k)^{\frac{1}{2}}\alpha_k(\beta)+f_k^{\frac{1}{2}}\tilde{\alpha}_k^+(\beta) \tag{2.6}$$

ここで $\alpha_k(\beta)$，$\tilde{\alpha}_k(\beta)$ は $\Omega(\beta)$ の状態に作用する消滅演算子である。

$$\alpha_k(\beta)|0(\beta)\rangle=0\quad \tilde{\alpha}_k(\beta)|0(\beta)\rangle=0$$

$$[\alpha_k(\beta),\alpha_{k'}^+(\beta)]=\delta_{k,k'}\quad [\tilde{\alpha}_k(\beta),\tilde{\alpha}_{k'}^+(\beta)]=\delta_{k,k'}$$

$$[\alpha_k(\beta),\alpha_{k'}(\beta)]=[\alpha_k^+(\beta),\alpha_{k'}^+(\beta)]=0$$

$$[\tilde{\alpha}_k(\beta),\tilde{\alpha}_{k'}(\beta)]=[\tilde{\alpha}_k^+(\beta),\tilde{\alpha}_{k'}^+(\beta)]=0$$

$$[\alpha_k(\beta),\tilde{\alpha}_{k'}^+(\beta)]=[\alpha_k(\beta),\tilde{\alpha}_{k'}(\beta)]=0$$

$$[\alpha_k^+(\beta),\tilde{\alpha}_{k'}^+(\beta)]=[\alpha_k^+(\beta),\tilde{\alpha}_{k'}(\beta)]=0$$

新しく導入された演算子 $\tilde{\alpha}_k(\beta)$ は熱的励起の効果を示している。

$$\tilde{\alpha}_k=(1+f_k)^{\frac{1}{2}}\tilde{\alpha}_k(\beta)+f_k^{\frac{1}{2}}\alpha_{-k}^+(\beta) \tag{2.7}$$

変換 $(\alpha_k,\tilde{\alpha}_k)\to(\alpha_k(\beta),\tilde{\alpha}_k(\beta))$ は Bogoliubov 変換になっている。

以上のことを利用して，有限温度の場合のセンフコンシステント法は次のように示される。T＝0 の場合と同様，演算子 a_k を演算子 $\overline{\alpha}_k$ に変換し，ハミルトニアンを $\overline{\alpha}_k$ で表現する。次に $\overline{\alpha}_k$ に対する運動方程式を導き，セルフコンシステントに $\overline{\alpha}_k$ のエネルギー E_k および χ，u_k，v_k を決定する。一般に E_k，χ，u_k，v_k は温度に依存している。有限温度の場合，演算子 $\overline{\alpha}_k(\beta)$ を漸近場に関する演算子 α_k によって表現するのではなく，フォック空間 $\Omega(\beta)$ の演算子 $\alpha_k(\beta)$ で表現する。

$$\overline{\alpha}_k(\beta)=Z_k^{\frac{1}{2}}(\beta)\alpha_k(\beta)+Y_k^{\frac{1}{2}}(\beta)\alpha_{-k}^+(\beta)+\cdots\cdots \tag{2.8}$$

この力学的写像の係数は，次のような Bethe-Salpeter の波動関数を求めることにより決定される。

$$\chi_1(q_1,q_2\,;\,t_1,t_2)=\langle 0(\beta)|T[\overline{\alpha}_{q_1}(t_1)\overline{\alpha}_{q_2}(t_2)]|\alpha_l\rangle$$

$$\chi_2(q_1,q_2\,;\,t_1,t_2)=\langle 0(\beta)|T[\overline{\alpha}_{q_1}^+(t_1)\overline{\alpha}_{q_2}^+(t_2)]|\alpha_l\rangle$$

$$\chi_3(q\,;\,t)=\langle 0(\beta)|\overline{\alpha}_q(t)|\alpha_l\rangle$$

$$\chi_4(q\,;\,t)=\langle 0(\beta)|\overline{\alpha}^+_q(t)|\alpha_l\rangle \qquad (2.9)$$

ここで $|\alpha_l\rangle=\alpha_l^+(\beta)|0(\beta)\rangle$ である。

§2．2　ボーズ粒子系への応用

今まで述べた方法を二体の相互作用をしているボーズ粒子系に適用し，漸近場表現を求める。

まず次の変換を使い，ハミルトニアンを演算子 $\overline{\alpha}_k$ で表現する。

$$a_k=u_k\overline{\alpha}_k-v_k\overline{\alpha}^+_{-k}+\mathrm{v}^{\frac{1}{2}}\chi\delta_{k,0}$$

$$a_k^+=u_k\overline{\alpha}^+_k-v_k\overline{\alpha}_{-k}+\mathrm{v}^{\frac{1}{2}}\chi\delta_{k,0}$$

ハミルトニアンは次のように変換される。

$$\mathrm{H}=\mathrm{W}_0+\mathrm{A}(\overline{\alpha}_0+\overline{\alpha}^+_0)+\sum_k\mathrm{B}_k(\overline{\alpha}^+_k\overline{\alpha}^+_{-k}+\overline{\alpha}_k\overline{\alpha}_{-k})+$$

$$+\sum_k\mathrm{C}_k\overline{\alpha}^+_k\overline{\alpha}_k+:\mathrm{H}_I(\overline{\alpha}): \qquad (2.10)$$

$:\mathrm{H}_I(\overline{\alpha}):$ は演算子 $\overline{\alpha}_k$, $\overline{\alpha}^+_k$ の3次以上のノーマル積である。

$$:\mathrm{H}_I(\alpha):=\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2k_3}[\{g_3^{(1)}(k_1,k_2,k_3)\overline{\alpha}^+_{k_1}\overline{\alpha}^+_{k_2}\overline{\alpha}_{k_3}+h.c.\}+$$

$$+\{g_3^{(2)}(k_1,k_2,k_3)\overline{\alpha}^+_{k_1}\overline{\alpha}^+_{k_2}\overline{\alpha}^+_{k_3}+h.c.\}+$$

$$+g_4^{(1)}(k_1,k_2,k_3,k_4)\overline{\alpha}^+_{k_1}\overline{\alpha}^+_{k_2}\overline{\alpha}_{k_3}\overline{\alpha}_{k_4}+$$

$$+\{g_4^{(2)}(k_1,k_2,k_3,k_4)\overline{\alpha}^+_{k_1}\overline{\alpha}^+_{k_2}\overline{\alpha}^+_{k_3}\overline{\alpha}_{k_4}+h.c.\}+$$

$$+\{g_4^{(3)}(k_1,k_2,k_3,k_4)\overline{\alpha}^+_{k_1}\overline{\alpha}^+_{k_2}\overline{\alpha}^+_{k_3}\overline{\alpha}^+_{k_4}+h.c.\}]$$

ここで

$$g_3^{(1)}(k_1,k_2,k_3)=(2\chi/\mathrm{v}^{\frac{1}{2}})[\mathrm{V}_{k_2}u_{k_1}(u_{k_2}-v_{k_2})u_{k_3}+$$

$$+\mathrm{V}_{k_2}v_{k_1}(u_{k_2}-v_{k_2})v_{k_3}+$$

$$+\mathrm{V}_{k_3}u_{k_1}v_{k_2}(v_{k_3}-u_{k_3})]\delta_{k_1+k_2,k_3}$$

$$g_3^{(2)}(k_1,k_2,k_3)$$

$$=(2\chi/\mathrm{v}^{\frac{1}{2}})\mathrm{V}_{k_2}(v_{k_2}-u_{k_2})u_{k_1}v_{k_3}\delta_{k_1+k_2,-k_3}$$

$$g_4^{(1)}(k_1,k_2,k_3,k_4)=(1/2\mathrm{v})\mathrm{V}_{k_4-k_1}(u_{k_1}u_{k_4}+v_{k_1}v_{k_4})$$

$$\times(u_{k_2}u_{k_3}+v_{k_2}v_{k_3})\delta_{k_1-k_2,k_3+k_4}+$$

$$+(1/\mathrm{v})\mathrm{V}_{k_1+k_2}u_{k_1}v_{k_3}u_{k_4}v_{k_2}\delta_{k_1+k_2,k_3+k_4}$$

$$g_4^{(2)}(k_1,k_2,k_3,k_4)=(-1/\mathrm{v})\mathrm{V}_{k_1+k_3}u_{k_1}(u_{k_2}u_{k_4}+v_{k_2}v_{k_4})$$

$$\times v_{k_3}\delta_{k_1+k_2+k_3,k_4}$$

$$g_4^{(3)}(k_1,k_2,k_3,k_4)$$

$$=(1/2\mathrm{v})\mathrm{V}_{k_2-k_3}u_{k_1}u_{k_2}v_{k_3}v_{k_4}\delta_{k_1+k_2,-k_3-k_4}$$

次に $\overline{\alpha}_q(q\neq 0)$ に対する運動方程式を求める。

$$i\frac{\partial\overline{\alpha}_q}{\partial t}=[\overline{\alpha}_q,\mathrm{H}]$$

$$=\mathrm{B}_q\overline{\alpha}^+_{-q}+\mathrm{C}_q\overline{\alpha}_q+j_q \qquad (2.11)$$

$$j_q\equiv\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2}\Big[\{g_3^{(1)}(q,k_1,k_2)+$$

$$+g_3^{(1)}(k_1,q,k_2)\}\overline{\alpha}^+_{k_1}\overline{\alpha}_{k_2}+$$

$$+g_3^{(1)}(k_1,k_2,q)\overline{\alpha}_{k_1}\overline{\alpha}_{k_2}+\{g_3^{(2)}(q,k_1,k_2)+$$

$$+g_3^{(2)}(k_1,q,k_2)+g_3^{(2)}(k_1,k_2,q)\}\overline{\alpha}^+_{k_1}\overline{\alpha}^+_{k_2}]+$$

$$+\sum_{k_1,k_2,k_3}[\{g_4^{(1)}(q,k_1,k_2,k_3)+g_4^{(1)}(k_1,q,k_2,k_3)\}$$

$$\times\overline{\alpha}^+_{k_1}\overline{\alpha}^+_{k_2}\overline{\alpha}_{k_3}+g_4^{(2)}(k_1,k_2,k_3,q)\overline{\alpha}_{k_1}\overline{\alpha}_{k_2}\overline{\alpha}_{k_3}+$$

$$+\{g_4^{(3)}(q,k_1,k_2,k_3)+g_4^{(3)}(k_1,q,k_2,k_3)+$$

$$+g_4^{(3)}(k_1,k_2,q,k_3)+g_4^{(3)}(k_1,k_2,k_3,q)\}$$

$$\times\overline{\alpha}^+_{k_1}\overline{\alpha}^+_{k_2}\overline{\alpha}^+_{k_3}]$$

上式を次のようにおく。E_q, F_q は未知定数であり，セルフコンシステントに決められる。

$$i\frac{\partial}{\partial t}\overline{\alpha}_q-\mathrm{E}_q\overline{\alpha}_q-\mathrm{F}_q\overline{\alpha}^+_{-q}=\mathrm{J}_q \qquad (2.12)$$

$$\mathrm{J}_q\equiv\mathrm{B}_q\overline{\alpha}^+_{-q}+\mathrm{C}_q\overline{\alpha}_q+j_q-\mathrm{E}_q\overline{\alpha}_q-\mathrm{F}_q\overline{\alpha}^+_{-q}$$

E_q, F_q を決めるために J_q を $\mathrm{J}_q^{(av)}$ でおきかえる。

$$\mathrm{J}_q\to\mathrm{B}_q\overline{\alpha}^+_{-q}+\mathrm{C}_q\overline{\alpha}_q+j_q^{(av)}-\mathrm{E}_q\overline{\alpha}_q-\mathrm{F}_q\overline{\alpha}^+_{-q}\equiv\mathrm{J}_q^{(av)}$$

$$j_q^{(av)}=[(u_q^2+v_q^2)\frac{1}{\mathrm{V}}\sum_p\mathrm{V}_{q-p}(u_p^2+v_p^2)n_p+$$

$$+4u_qv_q\frac{1}{\mathrm{V}}\sum_p\mathrm{V}_{q-p}u_pv_pn_p+(u_q^2+v_q^2)\frac{1}{\mathrm{V}}\sum_p\mathrm{V}_0$$

$$\times(u_p^2+v_p^2)n_p]\overline{\alpha}_q-[u_qv_q\frac{1}{\mathrm{V}}\sum_p\mathrm{V}_{q-p}(u_p^2+v_p^2)$$

$$\times n_p+(u_q^2+v_q^2)\frac{1}{\mathrm{V}}\sum_p\mathrm{V}_{q-p}u_pv_pn_p+u_qv_q\frac{1}{\mathrm{V}}\sum_p\mathrm{V}_0$$

$$\times(u_p^2+v_p^2)n_p]\overline{\alpha}^+_{-q}$$

$$n_p={}_0\langle 0(\beta)|\overline{\alpha}^+_p\overline{\alpha}_p|0(\beta)\rangle_0$$

(2.12) 式の $|0(\beta)\rangle_0$ と $\overline{\alpha}^+_k(\beta)|0(\beta)\rangle_0$ との行列要素をとる。

$$(i\frac{\partial}{\partial t}-\mathrm{E}_q)_0\langle 0(\beta)|\overline{\alpha}_q\overline{\alpha}^+_k(\beta)|0(\beta)\rangle_0-$$

$$-\mathrm{F}_{q0}\langle 0(\beta)|\overline{\alpha}^+_{-q}\overline{\alpha}^+_k(\beta)|0(\beta)\rangle_0$$

$$={}_0\langle 0(\beta)|\mathrm{J}_q^{(av)}\overline{\alpha}^+_k(\beta)|0(\beta)\rangle_0 \qquad (2.13)$$

上式において ${}_0\langle 0(\beta)|\mathrm{J}_q^{(av)}\overline{\alpha}^+_k(\beta)|0(\beta)\rangle_0=0$ および ${}_0\langle 0(\beta)|\mathrm{J}_q^{(av)+}\overline{\alpha}^+_k(\beta)|0(\beta)\rangle_0=0$ とおくことにより，E_q および F_q を決定する。

$$\mathrm{E}_q=(u_q^2+v_q^2)\mathrm{U}_q-2u_qv_q\varDelta_q$$

$$\mathrm{F}_q=(u_q^2+v_q^2)\varDelta_q/2-u_qv_q\mathrm{U}_q$$

$$\mathrm{U}_q=q^2-\mu+\frac{1}{\mathrm{V}}\sum_p(\mathrm{V}_{p-q}+\mathrm{V}_0)\{v_p^2+$$

$$+(u_p^2+v_p^2)n_p\}+\chi^2(\mathrm{V}_0+\mathrm{V}_q)$$

$$\varDelta_q=-\frac{1}{\mathrm{V}}\sum_p\mathrm{V}_{p-q}u_pv_p(1+2n_p)+\chi^2\mathrm{V}_q \qquad (2.14)$$

上の近似は次のようなハミルトニアンを考えていることに相当する。

$$\mathrm{H}_{eff}=\mathrm{W}_0+\mathrm{A}'(\overline{\alpha}_0+\overline{\alpha}^+_0)+\sum_k\mathrm{E}_k\overline{\alpha}^+_k\overline{\alpha}_k+$$

$$+\sum_k F_k(\bar{\alpha}_k^+\bar{\alpha}_{-k}^+ + \bar{\alpha}_k\bar{\alpha}_{-k}) \qquad (2.15)$$

但し $A' = v^{\frac{1}{2}}\chi(u_0 - v_0)[-\mu + (1/v)\sum_p (V_0 + V_p) \times \{v_p^2 + (u_p^2 + v_p^2)n_p\} - (1/v)\sum_p V_p \times u_p v_p(1+2n_p) + \chi^2 V_0]$

$A'=0$, $F_k=0$ とすればハミルトニアン H_{eff} は対角化される。又この条件は χ, u_k, v_k を決定する関係式にもなっている。

$$\bar{\alpha}_k(\beta)|0(\beta)\rangle_0 = 0$$

$$u_k^2 = (U_k/E_k + 1)/2 \quad v_k^2 = (U_k/E_k - 1)/2$$

$$E_k = \sqrt{U_k^2 - \Delta_k^2} \qquad (2.16)$$

一方化学ポテンシャル μ は次式から求められる。

$${}_0\langle 0(\beta)|\sum_k a_k^+ a_k|0(\beta)\rangle_0 = N \qquad (2.17)$$

$k=0$ のとき, E_k は $A'=0$ の条件を使い, 次のようになる。

$$E_0 = 2\chi\{V_0(\chi^2 V_0 - \Delta_0)\}^{\frac{1}{2}} \qquad (2.18)$$

E_k を求めるためには, U_k と Δ_k を次式よりセルフコンシステントに求めなければならない。

$$\Delta_k = \chi^2 V_k - (1/v)\sum_p V_{p-k}(\Delta_p/2E_p)\coth(\beta E_p/2)$$

$$U_k = k^2 - \mu + (V_0 + V_k)\chi^2 + (1/2v)\sum_p (V_{p-q} + V_0) \times [(U_p/E_p)\coth\{(\beta E_p)/2\} - 1] \qquad (2.19)$$

さらに高次の $\bar{\alpha}_k$ の相互作用をとりこみ, ギャップのないエネルギースペクトルを求めるため, 一般公式のところで述べたように, $\bar{\alpha}_k(\beta)$ を漸近場の演算子 $\alpha_k(\beta)$ で表現し, 力学的写像をおこなう。

$$\bar{\alpha}_k(\beta) = Z_k^{\frac{1}{2}}(\beta)\alpha_k(\beta) + Y_k^{\frac{1}{2}}(\beta)\alpha_{-k}^+(\beta) + \cdots\cdots\cdots$$

§2. 3　Bethe-Salpeter 方程式

写像係数を決めるため, (2. 9) 式に関する Bethe-Salpeter 方程式を導く。$\bar{\alpha}_k$ に対する運動方程式 (2. 11) 式を使い, $\chi_1(q_1,q_2\,;\,t_1,t_2)$ の方程式を求める。

$$(i\frac{\partial}{\partial t_2} - E_{q_2})(i\frac{\partial}{\partial t_1} - E_{q_1})\chi_1(q_1,q_2\,;\,t_1,t_2)$$
$$= -i\delta(t_1-t_2)\langle 0(\beta)|[j_{q_1}(t_1), \bar{\alpha}_{q_2}(t_2)]|\alpha_l\rangle +$$
$$+\langle 0(\beta)|T[j_{q_1}(t_1) - j_{q_1}^{(av)}(t_1), j_{q_2}(t_2) - j_{q_2}^{(av)}(t_2)]|\alpha_l\rangle \qquad (2.20)$$

同様に

$$(i\frac{\partial}{\partial t_2} + E_{q_2})(i\frac{\partial}{\partial t_1} + E_{q_1})\chi_2(q_1,q_2\,;\,t_1,t_2)$$
$$= i\delta(t_1-t_2)\langle 0(\beta)|[j_{q_1}^+(t_1), \bar{\alpha}_{q_2}^+(t_2)]|\alpha_l\rangle +$$
$$+\langle 0(\beta)|T[j_{q_1}^-(t_1) - j_{q_1}^{+(av)}(t_1), j_{q_2}^+(t_2) - j_{q_2}^{+(av)}(t_2)]|\alpha_l\rangle \qquad (2.21)$$

ここでペア近似を導入し, 右辺の第2項を無視するとともに, 第1項内に含まれている $\langle 0(\beta)|\bar{\alpha}_k^+\bar{\alpha}_{k'}|\alpha_l\rangle$ の存在を無視する。Bethe-Salpeter の波動関数を次のような形に書く。

$$\chi_1(q_1,q_2\,;\,t_1,t_1) = \chi_1(q_1,q_2)exp(-iq_0t_1)$$

$$\chi_2(q_1,q_2\,;\,t_1,t_1) = \chi_2(q_1,q_2)exp(-iq_0t_1)$$

ここで q_0 は漸近場のエネルギーである。$\chi_1(q_1,q_2)$ と $\chi_2(q_1,q_2)$ の間には次のような関係がある。

$$\chi_1(q_1, l-q_1)$$
$$= G_{11}\{u_l\chi^A(l) + 2(v_l - u_l)\chi^B(l) - v_l\chi^C(l)\} +$$
$$+ G_{21}\{u_l\chi^C(l) + 2(v_l - u_l)\chi^B(l) - v_l\chi^A(l)\} +$$
$$+ G_{31}\{2u_{q_1}u_{l-q_1}\chi^A(l) + 4(v_{q_1}u_{l-q_1} + u_{q_1}v_{l-q_1}) \times \chi^B(l) + 2v_{q_1}v_{l-q_1}\chi^C(l)\} \qquad (2.22)$$

$$\chi_2(q_1, -l-q_1)$$
$$= G_{12}\{u_l\chi^c(l) + 2(v_l - u_l)\chi^B(l) - v_l\chi^A(l)\} +$$
$$+ G_{22}\{-v_l\chi^C(l) + 2(v_l - u_l)\chi^B(l) + u_l\chi^A(l)\} +$$
$$+ G_{32}\{2u_{q_1}u_{l+q_1}\chi^c(l) + 4(u_{q_1}v_{l-q_1} + v_{q_1}u_{l-q_1})\chi^B(l) + 2v_{q_1}v_{l-q_1}\chi^A(l)\} \qquad (2.23)$$

但し

$$G_{11}(q_1, l-q_1) = \frac{i}{(2\pi)^2}\int dq\, G^{(0)}(q_1,q)G^{(0)}(l-q_1, q_0-q) \times \{\chi g/(2v^{\frac{1}{2}})\}G^{(0)}(l, q_0)\{g_3^{(1)}(q_1, l-q_1, l) + g_3^{(1)}(l-q_1, q_1, l)\}]$$

$$G_{21}(q_1, l-q_1) = \frac{i}{(2\pi)^2}\int dq\, G^{(0)}(q_1, q)G^{(0)}(l-q_1, q_0-q) \times \{\chi g/(2v^{\frac{1}{2}})\}G^{(0)}(-l, -q_0)\{g_3^{(2)}(q_1, -l, l-q_1) + g_3^{(2)}(-l, q_1, l-q_1) + g_3^{(2)}(-l, l-q_1, q_1) + g_3^{(2)}(q_1, l-q_1, -l) + g_3^{(2)}(l-q_1, q_1, -l) + g_3^{(2)}(l-q_1, -l, q_1)\}$$

$$G_{31}(q_1, l-q_1) = \frac{i}{(2\pi)^2}\int dq\, G^{(0)}(q_1, q_0) \times G^{(0)}(l-q_1, q_0-q)\{g/(2v)\}$$

$$G_{12}(q_1, -l-q_1) = \frac{i}{(2\pi)^2}\int dq\, G^{(0)}(q_1,q)G^{(0)}(-l-q_1, -q_0-q) \times \{\chi g/(2v^{\frac{1}{2}})\}G^{(0)}(-l, -q_0)\{g_3^{(1)}(q_1, -l-q_1, -l) + g_3^{(1)}(-l-q_1, q_1, -l)\}$$

$$G_{22}(q_1, -l-q_1) = \frac{i}{(2\pi)^2}\int dq\, G^{(0)}(q_1,q)G^{(0)}(-l-q_1, -q_0-q) \times \{\chi g/(2v^{\frac{1}{2}})\}G^{(0)}(-l, g_0)\{g_3^{(2)}(q_1, -l-q_1, l) + g_3^{(2)}(-l-q_1, q_1, l) + g_3^{(2)}(-l-q_1, l, q_1) + g_3^{(2)}(q_1, l, -q_1 - l) + g_3^{(2)}(l, q_1, -l-q_1) + g_3^{(2)}(l, -l-q_1, q_1)\}$$

$$G_{32}(q_1, -l-q_1) = \frac{i}{(2\pi)^2}\int dq\, G^{(0)}(q_1, q) \times G^{(0)}(-l-q_1, -q_0-q)\{g/(2v)\}$$

$$G^{(0)}(q, q_0) = [1 - exp\{-\beta E_q\}]^{-1}$$

$$\times\left[\frac{1}{q_0-\mathrm{E}_q+i\varepsilon}-\frac{exp\{-\beta\mathrm{E}_q\}}{q_0-\mathrm{E}_q-i\varepsilon}\right] \tag{2.24}$$

以上の式において $\chi^A(l), \chi^B(l), \chi^C(l)$ は次式で定義されている。

$$\chi^A(l)=\sum_{k_1}\{u_{k_1}u_{l-k_1}\chi_1(k_1,l-k_1)+v_{k_1}v_{l+k_1}\chi_2(k_1,-l-k_1)\}$$
$$\chi^B(l)=\sum_{k_1}\{u_{k_1}v_{l-k_1}\chi_1(k_1,l-k_1)+u_{k_1}v_{l+k_1}\chi_2(k_1,-l-k_1)\}$$
$$\chi^C(l)=\sum_{k_1}\{v_{k_1}v_{l-k_1}\chi_1(k_1,l-k_1)+u_{k_1}u_{l+k_1}\chi_2(k_1,-l-k_1)\} \tag{2.25}$$

$\chi^A(l)$，$\chi^B(l)$，$\chi^C(l)$ の間には次の関係がある。

$$\mathrm{A}(l,q_0)\chi^A(l)+\mathrm{B}(l,q_0)\chi^C(l)-\mathrm{C}(l,q_0)\chi^B(l)=0$$
$$\mathrm{D}(l,q_0)\chi^A(l)+\mathrm{E}(l,q_0)\chi^C(l)-\mathrm{F}(l,q_0)\chi^B(l)=0$$
$$\mathrm{H}(l,q_0)\chi^A(l)+\mathrm{I}(l,q_0)\chi^C(l)-\mathrm{L}(l,q_0)\chi^B(l)=0 \tag{2.26}$$

これは $\chi^A(l), \chi^B(l), \chi^C(l)$ に対する斉次連立一次方程式になっており，$\chi^A(l)$，$\chi^B(l)$，$\chi^C(l)$ が存在するためには，係数の行列式はゼロでなければならない。A，B，C，D，E，F，H，I，Lは付録Aで与えられている。

次に $\chi_3(q\,;t)$ および $\chi_4(q\,;t)$ の方程式を求める。

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}-\mathrm{E}_q\right)\chi_3(q\,;t)$$
$$=\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2}g_3^{(1)}(k_1,k_2,q)\chi_1(k_1,k_2\,;t,t)+$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2}\{g_3^{(2)}(q,k_1,k_2)+g_3^{(2)}(k_1,q,k_2)+g_3^{(2)}(k_1,k_2,q)\}$$
$$\times\chi_2(k_1,k_2\,;t,t) \tag{2.27}$$

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t}+\mathrm{E}_q\right)\chi_4(q\,;t)$$
$$=-\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2}g_3^{(1)}(k_1,k_2,q)\chi_2(k_1,k_2,;t,t)-$$
$$-\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2}\{g_3^{(2)}(q,k_1,k_2)+g_3^{(2)}(k_1,q,k_2)+$$
$$+g_3^{(2)}(k_1,k_2,q)\}\chi_1(k_1,k_2\,;t,t) \tag{2.28}$$

ここでBethe-Salpeterの波動関数を次の形に書く。

$$\chi_3(q\,;t)=\chi_3(q)exp(-iq_0t)$$
$$\chi_4(q\,;t)=\chi_4(q)exp(-iq_0t)$$

q_0 は漸近場 α のエネルギーである。$\chi_3(q)$，$\chi_4(q)$ は次のようにあらわされる。

$$\chi_3(q)=\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2}g_3^{(1)}(k_1,k_2,q)\mathrm{G}^{(0)}(q,q_0)\chi_1(k_1,k_2)+$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2}\{g_3^{(2)}(q,k_1,k_2)+g_3^{(2)}(k_1,q,k_2)+$$
$$+g_3^{(2)}(k_1,k_2,q)\}\mathrm{G}^{(0)}(q,q_0)\chi_2(k_1,k_2) \tag{2.29}$$

$$\chi_4(q)=\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2}g_3^{(1)}(k_1,k_2,q)\mathrm{G}^{(0)}(q,-q_0)\chi_2(k_1,k_2)+$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{k_1k_2}\{g_3^{(2)}(q,k_1,k_2)+g_3^{(2)}(k_1,q,k_2)+$$
$$+g_3^{(2)}(k_1,k_2,q)\}\mathrm{G}^{(0)}(q,-q_0)\chi_1(k_1,k_2) \tag{2.30}$$

以上より力学的写像係数 $\mathrm{Z}_l^{\frac{1}{2}}(\beta)$，$\mathrm{Y}_l^{\frac{1}{2}}(\beta)$ は $\chi_3(q)$，$\chi_4(q)$ を使って求められる。

第3章　エネルギースペクトル

この章では漸近場 α_k のエネルギーを求める。(2.26) 式で表わされている斉次連立一次方程式が解をもつためには，行列式 Γ が0でなければならない。

$$\Gamma=\begin{vmatrix}\mathrm{A}&\mathrm{B}&\mathrm{C}\\\mathrm{D}&\mathrm{E}&\mathrm{F}\\\mathrm{H}&\mathrm{I}&\mathrm{L}\end{vmatrix}=0 \tag{3.1}$$

この条件から漸近場のエネルギー q_0 を求める。

$$\Gamma=[(\mathrm{A}-\mathrm{B})+(\mathrm{E}-\mathrm{D})](\mathrm{EL}-\mathrm{FI})+\mathrm{S}q_0^2$$
$$\mathrm{S}q_0^2=(\mathrm{E}-\mathrm{B})[(\mathrm{D}-\mathrm{E})\mathrm{L}-(\mathrm{H}-\mathrm{I})\mathrm{F}]+$$
$$+(\mathrm{C}-\mathrm{F})[(\mathrm{D}-\mathrm{E})\mathrm{I}-(\mathrm{H}-\mathrm{I})\mathrm{E}]$$

ここで簡単のため相互作用ポテンシャルとして $\mathrm{V}(x-x')=g\delta(x-x')$ を考える。このとき $\mathrm{V}_k=g$ となり，(2.19)式より Δ_k も波数 k に依存しない定数 Δ になる。

新しく Q^+，Q^-，L^- を定義し

$$\mathrm{Q}^+=(\mathrm{Q}_{11}+\mathrm{Q}_{22})/2\quad q_0\mathrm{Q}^-=(\mathrm{Q}_{11}-\mathrm{Q}_{22})/2$$
$$q_0\mathrm{L}^-=(\mathrm{Q}_{13}-\mathrm{Q}_{23})/2$$

Γ をより便利な形に書きなおす。そのためまず次の変形を行う。

$$(\mathrm{A}-\mathrm{B})-(\mathrm{E}-\mathrm{D})$$
$$=\mathrm{R}q_0^2-\overline{\omega}_l^2 \tag{3.2}$$

但し

$$\mathrm{R}=\frac{2}{q_0^2-\mathrm{E}_l^2}\{1+ig(\mathrm{Q}^+-\mathrm{Q}^{33})+2g^2\chi^2i$$
$$\times(\mathrm{Q}^-+4\mathrm{L}^-)\} \tag{3.3}$$

$$\overline{\omega}_l^2=\frac{2}{q_0^2-\mathrm{E}_l^2}\Big[\{1+ig(\mathrm{Q}^+-\mathrm{Q}_{33})\}l^4+$$
$$+\{2(2g\chi^2-\Delta)+2g(g\chi^2-\Delta)i(\mathrm{Q}^+-\mathrm{Q}_{33})\}l^2$$
$$+4\Delta g^2\chi^2\frac{1}{(2\pi)^3}$$
$$\times\int d^3p\,\frac{1-exp\{-\beta(\mathrm{E}_p+\mathrm{E}_{l-p})\}}{(1-exp(-\beta\mathrm{E}_p))(1-exp(-\beta\mathrm{E}_{l-p}))}$$

$$\times\left\{\frac{(E_p+E_{l-p})\{-q_0^2+(U_p-U_{l-p})^2\}}{4E_pE_{l-p}[(E_p+E_{l-p})^2-q_0^2]}-\frac{E_p+E_{l-p}}{4E_pE_{l-p}}\right\}-$$

$$-4g\chi^2(\varDelta-g\chi^2)\Big]$$

$$\tag{3.4}$$

以上をまとめると

$$\Gamma=(Rq_0^2-\overline{\omega}_l^2)(EL-FI)+Sq_0^2$$

$$=K(q_0^2-\omega_l^2) \tag{3.5}$$

但し

$$K=R(EL-FI)+S \tag{3.6}$$

$$\omega_l^2=\overline{\omega}_l^2(EL-FI)/K \tag{3.7}$$

漸近場のエネルギー q_0 は $\Gamma=0$ より $q_0=\omega_l$ となる。(2.19)の関係を使えば $l=0$ のとき，$\omega_l=0$ となる解が存在することは明らかである。

第4章　おわりに

有限温度のセルフコンシステント法を用いることにより，有限温度においてもギャップのない素励起が存在することがたしかめられた。しかしこの素励起が示す音速は巨視的にはどのような音波の音速に対応しているのか明らかではない。この点は今後検討しなければならない。

Goldstone 定理に示されるように，対称性が破れている系（但し粒子間に長距離相互作用が働いていない場合）において，ギャップを持たない素励起が存在する。有限温度においても，この Goldstone 定理は証明されている。有限温度の場合，ある温度以上になると対称性の破れた状態は実現しない。転移温度以下で存在していた Goldstone モードは転移温度以上では消える。転移温度近傍での Goldstone モードのふるまいなど有限温度にした場合，興味ある問題が多々出現する。例えば，液体 HeIIの場合，音波として，ふつうの音波である第1音波の外，温度の波である第2音波が存在する。この有限温度においてのみ存在する第2音波の微視的描象をつくりあげていくことも，今後の課題である。

最後に本テーマ研究中に，有益な指摘と助言をしていただいた大阪大学工学部の一柳正和助手に感謝の意を表します。

付　録　A

$A(l,q_0)$，$B(l,q_0)$，$C(l,q_0)$，$D(l,q_0)$，$E(l,q_0)$，$F(l,q_0)$，$H(l,q_0)$，$I(l,q_0)$，$L(l,q_0)$ は次の式で与えられる。

$$A(l,q_0)=1-\sum_{q_1q_2}[u_{q_1}u_{q_2}\{G_{11}u_{q_1+q_2}+G_{21}(-v_{q_1+q_2})+$$
$$+G_{31}2u_{q_1}u_{q_2}\}\delta_{q_2,l-q_1}+v_{q_1}v_{q_2}\{G_{12}(-v_{q_1+q_2})+$$
$$+G_{22}u_{q_1+q_2}+G_{32}2v_{q_1}v_{q_2}\}\delta_{q_2,-l-q_1}]$$
$$=1+2\chi^2g^2[(G^{(0)}(+)+i/(2\chi^2g))Q_{11}+$$
$$+2(G^{(0)}(+)+\hat{G}^{(0)})Q_{13}+\hat{G}^{(0)}Q_{33}]$$

$$B(l,q_0)=-\sum_{q_1q_2}[u_{q_1}u_{q_2}\{G_{11}(-v_{q_1+q_2})+G_{21}u_{q_1+q_2}+$$
$$+G_{31}2v_{q_1}v_{q_2}\}\delta_{q_2,l-q_1}+v_{q_1}v_{q_2}\{G_{12}u_{q_1+q_2}+$$
$$+G_{22}(-v_{q_1+q_2})+G_{32}2u_{q_1}u_{q_2}\}\delta_{q_2,-l-q_1}]$$
$$=2\chi^2g^2[Q_{11}\hat{G}^{(0)}+Q_{13}(2\hat{G}^{(0)}+2G^{(0)}(-))+$$
$$+Q_{33}(G^{(0)}(-)+i/(2g\chi^2))]$$

$$C(l,q_0)=\sum_{q_1q_2}[u_{q_1}u_{q_2}\{G_{11}2(v_{q_1+q_2}-u_{q_1+q_2})+G_{21}$$
$$\times2(v_{q_1+q_2}-u_{q_1+q_2})+G_{31}4(v_{q_1}u_{q_2}+u_{q_1}v_{q_2})\}\delta_{q_2,l-q_1}+$$
$$+v_{q_1}v_{q_2}\{G_{12}2(v_{q_1+q_2}-u_{q_1+q_2})+G_{22}2(v_{q_1+q_2}-u_{q_1+q_2})+$$
$$+G_{32}4(v_{q_1}u_{q_2}+u_{q_1}v_{q_2})\}\delta_{q_2,-l-q_1}]$$
$$=2\chi^2g^2[2Q_{11}(G^{(0)}(+)+\hat{G}^{(0)})+$$
$$+4Q_{13}(2\hat{G}^{(0)}+G^{(0)}(+)+G^{(0)}(-)+i/(2g\chi^2))+$$
$$+2Q_{33}(G^{(0)}(-)+\hat{G}^{(0)})]$$

$$D(l,q_0)=-\sum_{q_1q_2}[v_{q_1}v_{q_2}\{G_{11}u_{q_1+q_2}+G_{21}(-v_{q_1+q_2})+$$
$$+G_{31}2u_{q_1}u_{q_2}\}\delta_{q_2,l-q_1}+u_{q_1}u_{q_2}\{G_{12}(-v_{q_1+q_2})+$$
$$+G_{22}u_{q_1+q_2}+G_{32}2v_{q_1}v_{q_2}\}\delta_{q_2,-l-q_1}]$$
$$=2\chi^2g^2[(G^{(0)}(+)+i/(2\chi^2g))Q_{33}+$$
$$+2(G^{(0)}(+)+\hat{G}^{(0)})Q_{23}+\hat{G}^{(0)}Q_{22}]$$

$$E(l,q_0)=1-\sum_{q_1q_2}[v_{q_1}v_{q_2}\{G_{11}(-v_{q_1+q_2})+G_{21}u_{q_1+q_2}+$$
$$+G_{31}2v_{q_1}v_{q_2}\}\delta_{q_2,l-q_1}+u_{q_1}u_{q_2}\{G_{12}u_{q_1+q_2}+$$
$$+G_{22}(-v_{q_1+q_2})+G_{32}2u_{q_1},u_{q_2}\}\delta_{q_2,-l-q_1}]$$
$$=2\chi^2g^2[1/(2\chi^2g^2)+Q_{22}(G^{(0)}(-)+i/(2\chi^2g))+$$
$$+Q_{23}(2G^{(0)}(-)+2\hat{G}^{(0)})+Q_{33}\hat{G}^{(0)}]$$

$$F(l,q_0)=\sum_{q_1q_2}[v_{q_1}v_{q_2}\{G_{11}2(v_{q_1+q_2}-u_{q_1+q_2})+$$
$$+G_{21}2(v_{q_1-q_2}-u_{q_1-q_2})+G_{31}4(u_{q_1}v_{q_2}+v_{q_1}u_{q_2})\}$$
$$\times\delta_{q_2,l-q_1}+u_{q_1}u_{q_2}\{G_{12}2(v_{q_1+q_2}-u_{q_1+q_2})+G_{22}2(v_{q_1+q_2}-$$
$$u_{q_1+q_2})+G_{32}4(v_{q_1}u_{q_2}+u_{q_1}v_{q_2})\}\delta_{q_2,-l-q_1}]$$
$$=2\chi^2g^2[2(\hat{G}^{(0)}+G^{(0)}(+))Q_{33}+2(G^{(0)}(-)+$$
$$+\hat{G}^{(0)})Q_{22}+4(2\hat{G}^{(0)}+G^{(0)}(+)+G^{(0)}(-)+$$
$$+i/(2g\chi^2))Q_{32}]$$

$$H(l,q_0)=\sum_{q_1q_2}[u_{q_1}v_{q_2}\{G_{11}u_{q_1+q_2}+G_{21}(-v_{q_1+q_2})+G_{31}$$
$$\times2u_{q_1}u_{q_2}\}\delta_{q_2,l-q_1}+v_{q_1}u_{q_2}\{G_{12}(-v_{q_1+q_2})+$$
$$+G_{22}u_{q_1+q_2}+G_{32}\cdot2v_{q_1}v_{q_2}\}\delta_{q_2,-l-q_1}]$$
$$=2\chi^2g^2[(Q_{12}+Q_{33})(G^{(0)}(+)+\hat{G}^{(0)})+$$
$$+Q_{13}(G^{(0)}(+)+i/(2\chi^2g))+Q_{23}\hat{G}^{0})]$$

$$I(l,q_0)=\sum_{q_1q_2}[u_{q_1}v_{q_2}\{G_{11}(-v_{q_1+q_2})+G_{21}u_{q_1+q_2}+$$

$$+G_{31}2v_{q_1}v_{q_2}\}\delta_{q_2,l-q_1}+v_{q_1}u_{q_2}\{G_{12}u_{q_1+q_2}+$$
$$+G_{22}(-v_{q_1-q_2})+G_{32}2u_{q_1,}u_{q_2}\}\delta_{q_2,-l-q_1}]$$
$$=2\chi^2g^2[Q_{12}(\hat{G}^{(0)}+G^{(0)}(-))+Q_{13}\hat{G}^{(0)}+$$
$$+Q_{23}(G^{(0)}(-)+i/(2\chi^2g))+Q_{33}(\hat{G}^{(0)}+G^{(0)}(-))]$$
$$L(l,\ q_0)=1-\sum_{q_1q_2}[u_{q_1}v_{q_2}\{G_{11}2(v_{q_1-q_2}-u_{q_1-q_2})+$$
$$+G_{21}2(v_{q_1+q_2}-u_{q_1+q_2})+G_{31}4(v_{q_1}u_{q_2}+u_{q_1}v_{q_2})\}\delta_{q_2,l-q_1}$$
$$+v_{q_1}u_{q_2}\{G_{12}2(v_{q_1+q_2}-u_{q_1+q_2})+G_{22}2(v_{q_1-q_2}-$$
$$-u_{q_1-q_2})+G_{32}4(v_{q_1}u_{q_2}+u_{q_1}v_{q_2})\}\delta_{q_2,-l-q_1}]$$
$$=2\chi^2g^2[1/(2\chi^2g^2)+2(Q_{12}+Q_{33})(2\hat{G}^{(0)}+G^{(0)}(+)+$$
$$+G^{(0)}(-)+i/(2g\chi^2))+2Q_{13}(\hat{G}^{(0)}+G^{(0)}(+))+2Q_{23}$$
$$\times(\hat{G}^{(0)}+G^{(0)}(-))]$$

但し

$$G^{(0)}(+)=iu_l^2G^{(0)}(l,\ q_0)+iv_l^2G^{(0)}(l,-q_0)$$
$$G^{(0)}(-)=iu_l^2G^{(0)}(l,\ -q_0)+iv_l^2G^{(0)}(l,\ q_0)$$
$$\hat{G}^{(0)}=-iu_lv_l(G^{(0)}(l,\ q_0)+G^{(0)}(l,\ -q_0))$$
$$iQ_{11}(l,\ q_0)=\frac{1}{V}\sum_{q_1}\{-u_{q_1}^2u_{l-q_1}^2Q_1-v_{q_1}^2v_{l-q_1}^2Q_2\}$$
$$iQ_{12}(l,\ q_0)=\frac{1}{V}\sum_{q_1}\{-u_{q_1}^2v_{l-q_1}^2Q_1-v_{q_1}^2u_{l-q_1}^2Q_2\}$$
$$iQ_{13}(l,\ q_0)=\frac{1}{V}\sum_{q_1}(u_{q_1}^2u_{l-q_1}v_{l-q_1}Q_1+u_{q_1}v_{q_1}v_{l-q_1}^2Q_2)$$
$$iQ_{22}(l,q_0)=\frac{1}{V}\sum_{q_1}(-v_{q_1}^2v_{l-q_1}^2Q_1-u_{q_1}^2u_{l-q_1}^2Q_2)$$
$$iQ_{23}(l,\ q_0)=\frac{1}{V}\sum_{q_1}(v_{q_1}^2u_{l-q_1}v_{l-q_1}Q_1+u_{q_1}^2u_{l-q_1}v_{l-q_1}Q_2)$$
$$iQ_{33}(l,\ q_0)=\frac{1}{V}\sum_{q_1}(-u_{q_1}v_{q_1}u_{l-q_1}v_{l-q_1})(Q_1+Q_2)$$

$$Q_1(q_1,\ l-q_1)=$$
$$(1-exp(-\beta E_{q_1}))^{-1}(1-exp(-\beta E_{l-q_1}))^{-1}$$
$$\times\left[\frac{exp(-\beta(E_{q_1}+E_{l-q_1}))}{E_{q_1}+E_{l-q_1}-q_0+i\varepsilon}-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{E_{q_1}+E_{l-q_1}-q_0-i\varepsilon}\right]$$
$$Q_2(q_1,\ l-q_1)=$$
$$(1-exp(-\beta E_{q_1}))^{-1}(1-exp(-\beta E_{l-q_1}))^{-1}$$
$$\times\left[\frac{exp(-\beta(E_{q_1}+E_{l-q_1}))}{E_{q_1}+E_{l-q_1}+q_0+i\varepsilon}-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{E_{q_1}+E_{l-q_1}+q_0-i\varepsilon}\right]$$

参考文献

(1) D. G. Henshaw and A. D. B. Woods, Phys. Rev. **121**, 1266(1961)

(2) N. N. Bogoliubov, J. Phys. USSR **11**, 23 (1947)

(3) M. Girardeau and R. Arnowitt, Phys. Rev. **113**, 755 (1959)

(4) N. M. Hugenholtz and D. Pines, Phys. Rev. **116**, 489 (1957)
J. Gavoret and P. Nozieres, Ann. Phys. (N. Y.) **28**, 349 (1964)

(5) F. Takano, Phys. Rev. **123**, 699 (1961)

(6) A. Coniglio and M. Marinaro, Nuovo Cimento **48**, 262 (1967)

(7) G. W. Goble and D. H. Kobe, Phys. Rev. A **10**, 851 (1974)

(8) A. Coniglio and M. Marinaro, Nuovo Cimento **48**, 249 (1967)

(9) Y. Takahashi and H. Umezawa, Collective Phenomena **2**, 55 (1975)