

エネルギー解析と伝達経路解析による薄板フレーム構造物の 入力パワーと寄与率の比較検討

黒田 勝彦*

Comparison between Input Powers and Contribution Rates from Energy Analysis and Transfer Path Analysis on Thin-Walled Frame Structures

KURODA Katsuhiko

Summary

Identifying external forces and contribution rates from input power sources during machine operation is important for analyzing machine and equipment, and dynamic designs. The comparison method between input powers and contribution rates from power sources to a simple structure consisting of two flat plates and a partial car model consisting of four subsystems in machine operation determined by SEA and TPA was proposed by the authors in the past studies, and the validity of this method was shown. However, it is necessary to extend to the practical structure represented by the thin-walled plane frame structure in order to realize utilization of this comparison method. In this paper, the method is validated through numerical analyses, using a finite element method of a simple structure consisting of one frame and flat plate and a partial car model. As a result, the SEA input power is spatial averaged over each subsystem quantitatively agrees with the TPA input power expressed as the product of the force and velocity at the excitation point. Contribution rates from a power source, the SEA and TPA results are qualitatively similar without having to consider the phase.

Keywords : (Statistical Energy Analysis, Frequency Response Function, Identification, Simulation)

1. はじめに

機械や機器の稼動状態における外力や加振源から評価点までの寄与を同定することは、機械や機器の診断や動的設計、低振動・低騒音の実現のために重要である。著者らはこれまでに、統計的エネルギー解析法(Statistical Energy Analysis;以下 SEA)やエネルギー分布 (Energy

Distribution; 以下 ED) に代表されるエネルギーモデルを用いた機械製品の実稼動時の外力(入力パワー)の同定手法を、直列に3要素が接続した簡易な薄板構造物を対象に外力作用位置が明らかでないある1点に入力がある場合について、解析的及び実験的に有効性を検証してきた^①。そこで、本同定手法は、外力作用位置が明確で

* 工学部 機械工学科 准教授
2013年 3月 14日受付
2013年 6月 20日受理

ない場合の外力同定が可能であるという特徴をもつこと、そして、損失率の同定と実稼動時の応答結果に影響を及ぼす加振・応答位置及び加振と応答点数が要素内で適切に配分できれば、同定した結果は定量的に有効であることを示した。

一方、周波数応答関数（Frequency Response Function: 以下 FRF）をベースとする伝達経路解析（Transfer Path Analysis: 以下 TPA）は、外力作用位置が既知の場合に外力同定の精度が良好であり、複数の振動源や騒音源を同定した上で伝達経路の応答の寄与が評価できることから、自動車開発においては主に入力の同定や構造変更を要す部位の特定を目的に、解析的及び実験的に検討が進められているようである。小泉らは、複数の伝達経路を有する複雑な構造物を対象に寄与を可視化できる方法を提案しており^②、今後更なる精度向上や様々な構造物への適用が期待されている。

これまでに SEA と TPA に関する研究としては、文献(3)で示すように SEA の予測精度向上を目的に、TPA で予測した力の結果を援用し SEA の入力パワーとして使用された例は見られるが、両手法で得られた様々な結果において比較検討された文献は見受けられない。そこで著者らは、両手法を比較するための基礎検討として、振動系について複数の加振源の入力と加振源から評価点までの伝達経路の寄与に関して両手法が比較できる評価方法を提案し、2 要素以上で構成される薄板構造物を対象に有限要素法による数値解析を用いて提案法の有効性を検証してきた^④。本報では、提案法の実用性を考慮し、より一般的な構造である薄板とフレーム構造を組み合わせた構造物を対象に提案法の適用性について検討する。

2. SEA と TPA の基礎理論

本章では、SEA と逆行列法による TPA で算出される入力パワーまたは力による入力と、パワーフローまたは加振源から評価点までの伝達経路の寄与に関する基礎式、及び加振源の入力と加振源からの伝達寄与に関する SEA と TPA の比較評価法を示す。

2.1 SEA 基礎式 SEA は、対象系（system）を要素（subsystem）の集合体とみなし、要素間のパワー平衡に着目する。 r 要素からなる系の SEA 基礎式は、

$$\mathbf{P} = \omega \mathbf{L} \mathbf{E} \quad (1)$$

である^⑤。ここで、 ω は中心角振動数、 \mathbf{E} は要素エネルギーベクトル、 \mathbf{P} は入力パワーベクトルである。損失率マトリクス \mathbf{L} は、内部損失率 $\eta_{i,i}$ （Internal Loss Factor; 以下 ILF）と結合損失率 $\eta_{i,j}$ （Coupling Loss Factor; 以下 CLF）を成分とする。ILF と CLF を評価し、損失率マトリクス \mathbf{L} を生成することを SEA モデルの構築と称す。

実験 SEA モデルの構築は、Bies らが提案した^⑥パワー注入法を用いて損失率の評価を行う。2 要素系の場合、以下の式で表される。

$$\begin{pmatrix} \eta_{1,1} \\ \eta_{1,2} \\ \eta_{2,1} \\ \eta_{2,2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} E_1^1 & E_1^1 & -E_2^1 & 0 \\ 0 & -E_1^1 & E_2^1 & E_2^1 \\ E_1^2 & E_1^2 & -E_2^2 & 0 \\ 0 & -E_1^2 & E_2^2 & E_2^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} P_1 \\ 0 \\ 0 \\ P_2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで、 E_i^j は要素 j を P_j の入力パワーで加振したときの要素 i の応答エネルギーを表わす。損失率の算出後、実稼動時の各要素エネルギー E_i を次式より算出する。

$$E_i = \frac{m_i}{2} \sum_{k=1}^n (v_{ik}^2 / n) \quad (3)$$

ここで、 m_i は要素 i の質量、 v_{ik} ($k = 1 \sim n$) は要素 i の応答点 k における速度応答スペクトル、 n は応答点の個数である。要素エネルギーの計測の後、各周波数帯域の各要素の系外からの入力パワーを予測する^①。2 要素系の場合、以下の式で表される。

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} \eta_{1,1} + \eta_{1,2} & -\eta_{2,1} \\ -\eta_{1,2} & \eta_{2,2} + \eta_{2,1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

入力パワーは、式(4)のように角振動数と損失率、そして位相情報を持たない要素エネルギーの積で示されるため、位相情報は持たない。また、SEA では要素間のパワー伝達が、要素 i と要素 j のパワーフロー P_{ij} として、CLF と実稼動時の各要素エネルギーから次式より算出される^⑤。

$$P_{ij} = \omega (\eta_{i,j} E_i - \eta_{j,i} E_j) \quad (5)$$

2.2 TPA 基礎式 TPA は、対象とする系をいくつかの系に分離し、各分系に作用する力による入力（単位は N）とそれらに対応する FRF（モビリティ、単位は m/(Ns)）の積として応答に占める寄与を同定する。TPA 基礎式は、次式で表される。

$$\{v_m\} = [H_{mn}] \{F_n\} \quad (6)$$

ここで, $[H_{mn}]$ は FRF 行列, $\{F_n\}$ は入力ベクトル, $\{v_m\}$ は出力ベクトルであり, 添え字 m は応答節点番号, n は入力節点番号を表わす. $[H_{mn}]$ は実験動の前に加振実験により計測し, $\{v_m\}$ を実稼動時に計測する. また, FRF 行列内のそれぞれの応答は, 以下のように振幅と位相から生成される.

$$H_{mn} = \left| \frac{v_m}{F_n} \right| (\cos \theta + j \sin \theta) \quad (7)$$

ここで, j は虚数単位である. よって, 逆行列法における入力予測は, 式(6)より,

$$\{F_n\} = [H_{mn}]^{-1} \{v_m\} \quad (8)$$

となる. 予測された入力ベクトルも, FRF 行列, 出力ベクトルともに位相情報があるため, 位相情報を有する.

加振源からの伝達経路の寄与については, 出力評価点を p , 式(8)より同定した入力を $\{F_n\}$ とすると,

$$v_p = [H_{pn}] \{F_n\} \quad (9)$$

となり, 更に評価点における応答を k 個の入力の重ね合わせで表わすと,

$$v_p = \{H_{p1}, \dots, H_{pk}\} \{F_k\} = H_{p1}F_1' + \dots + H_{pk}F_k' \quad (10)$$

ここで, 式(10)の右边各項が各入力点からの寄与を示す. 式(10)の右边各項を v_p で割ることにより, 評価点における寄与率 C_{pk} が求められる.

$$C_{pk} = \frac{H_{pk}F_k'}{v_p} \times 100 \quad [\%] \quad (11)$$

2.3 SEA と TPA の比較評価法 振動系について, 加振源の入力と加振源からの伝達経路の寄与に関して SEA と TPA を比較するため, 逆行列法による TPA の基礎式から SEA の物理単位であるパワー[W]に注目した比較評価法を提案した⁽⁴⁾.

2.3.1 加振源の入力について TPA に関して, 2.2 節で示した逆行列法による式(8)で同定した入力とその入力点の応答を用いて, 次式より入力パワーで定義する.

$$P_n = \frac{1}{2} \text{Re} [F_n' V_n^*] \quad (12)$$

ここで, $\text{Re}[\]$ は実数部, V_n は入力点 n の応答速度, $*$ は複素共役である. これより, 式(4)で示す SEA の算出式は, 空間平均した要素の入力パワーを表わし, 式(12)で表わす TPA の算出式は入力点の入力パワーとして, 両手法の比較が可能となる.

2.3.2 加振源からの伝達寄与について SEA では, j 要素に評価点がある場合, 文献(4)より式(13)で示す CLF を使った寄与式を提案していた. 式(2)より算出される実験 SEA モデルによる損失率は, 文献(7)で示されているように, 加振した要素エネルギーと応答要素エネルギーを比較した時, 加振した要素エネルギーよりも応答要素エネルギーが大きいか, もしくはそれに近い値となるときに負の値を示すことがあり, 式(13)では TPA との比較が不能の場合があるため, 寄与率が負の値となることを避け, 新たに式(14)を提案する. 結合損失率が負の値となる場合について, 巻末の付録に例を示す.

$$C_{i,j} = \frac{\omega \eta_{i,j} E_i}{\omega (\eta_{i,j} E_i + \eta_{j,i} E_j)} \times 100 = \frac{\eta_{i,j} E_i}{\eta_{i,j} E_i + \eta_{j,i} E_j} \times 100 \quad [\%] \quad (13)$$

$$C_{i,j}' = \frac{E_j / P_i}{(E_j / P_i + E_i / P_j)} \times 100 \quad [\%] \quad (14)$$

一方 TPA では, 式(10)と(11)をパワーの次元に変形し, 次式で寄与率 C_{pr} を定義する.

$$C_{pr} = \frac{H_{pk} F_k' F_k'}{P_p} \times 100 \quad [\%] \quad (15)$$

$$P_p = \{H_{p1}, \dots, H_{pk}\} \{F_k\} \{F_k\} = H_{p1}F_1'F_1' + \dots + H_{pk}F_k'F_k' \quad (16)$$

これまでに提案された式(11)で評価する TPA の寄与率は, 位相を表わすことができるため, 寄与の値が 100%を超える場合 (その際他方からの影響を加味することにより合計で 100%となる) や負を示す場合があり, 式(15)のままでは一般的には正の損失率で表される式(13)または式(14)で定義する SEA の寄与率の結果と比較することは困難であると考えられる. SEA 要素の応答結果である要素エネルギーは, 速度応答結果の空間二乗平均で表されており位相情報を有していない. そこで, 両手法による寄与率が比較できるよう, 式(15)と(16)の評価点における応答 H_{pk} を以下のように振幅の大きさのみで表わす.

$$H_{pk} = \left| \frac{v_p}{F_k} \right| \quad (17)$$

これにより、式(14)で示す SEA は要素間における入力要素から評価要素への寄与率、式(15)で示す TPA は入力点から評価点への寄与率として両手法の比較が可能となる。

2.4 検討手順 加振源の入力と加振源からの伝達経路の寄与に関して両手法を比較するための検討手順は、1) モデル構築 (SEA では、式(2)の損失率を同定すること。TPA では、式(6)の $[H_{mm}]$ を同定すること。)、2) 実稼動試験、3) 入力と伝達寄与の同定、である。

3. 数値解析による評価法の検証

本章では、2.3 節で示した SEA と逆行列法による TPA の加振源入力と加振源からの伝達経路の寄与に関する評価法の有効性を、FEM による数値解析結果を基に検証する。

3.1 対象構造物と解析内容 本節では提案法をフレームと板構造物へ適用するための基礎検討として、実車のエンジン、トランスミッション、サスペンション、ステアリングギアボックスを支えるサブフレームとフロントパネルを模擬した図 1 で示す単純構造を対象とする。パネルの板厚は 0.8 mm で、フレームの断面は幅 0.05 m、高さ 0.1 m、厚さ 0.6 mm の長方形型の角パイプである。モデルの材料特性は、フレームと板ともにヤング率 2.1×10^{11} [Pa]、密度 7800 kg/m³、ポアソン比 0.3125 とする。図中の#は要素番号を示し、y 方向にある要素 1 と 2 のフレームは、要素 3 の薄板と端部で点結合し、要素 3 の境界は周辺単純支持とする。質量は、要素 1 と 2 が約 0.7 kg、要素 3 が約 5.6 kg である。要素間の結合については、要素 1 と 2 が中間の別フレームを介して結合しているため SEA モデルとしては全ての要素が結合していることになる。

図 1 中の矢印は入力位置 (要素辺り 1 点)、○は応答位置 (要素辺り 5 点)、要素 3 の中央付近の●は出力評価点である。図 1 は検討手順 2) の実稼動試験を示しており要素 1 と 2 に入力があることを示している。入力位置と応答位置については、SEA と TPA の結果が比較しやすくなるよう配置した。すなわち、要素 1 と 2 の入力位

置から要素 3 の評価点への寄与率が 50 %となることを目指し、要素 1 と 2 の入力応答位置については対称性をもたせ、要素 3 の入力位置は要素の中央付近、応答位置は概ね左右対称としている。付近や概ねと示したのは、解析ソフト PAM-VAOne2010.5 の自動メッシュ機能ではメッシュに歪みが生じ正確な左右対称位置にならないためである。それぞれの手法で評価する入力と応答の位置と個数は、検討手順 1) と 2) について、原則 SEA と TPA で同じであるが、加振源からの伝達寄与について、検討手順 1) では TPA が図 1 の●で示す出力評価点を用いる。また、本来実験 SEA では、対象とする解析周波数において全てのモードを励起するよう複数の入力点を設けることが望ましいが、本報では、SEA モデル構築に必要な最低限の入力点数 (要素辺り 1 点) としている。

解析対象周波数は 100 Hz から 3.15k Hz までの 1/3 オクターブ帯域とする。解析対象周波数について、本来 TPA は離散周波数で整理するが、本報では比較評価法の検討のため、帯域で比較する。また、フレーム単体でモード解析を行った結果 180 Hz 程度からモードが見られたが、図 1 のように組み合わせた場合のフレームのモードは明確でないため、参考までに 100 Hz から結果を示すこととする。FEM の要素サイズは、4.25k Hz までの曲げ波長に 6 節点が含まれるよう、一辺長を 8.5 mm 程度とする。またモデルに与える損失係数は、周波数に関係なく(i) 要素 1 と 2 が 0.1 %、要素 3 が 1 %、(ii) 全ての要素が 1 %、(iii) 全ての要素が 0.1 %、の 3 種類を設定した。

本研究では 2.4 節で示した、検討手順 1) と 2) を PAM-VAOne2010.5 で求め (各節点の応答結果は速度で大きさと位相で出力される)、3) を MATLAB で計算する。また、モデル構築と実稼動試験ともに加振入力単位入力 (1N) を与える。実稼働試験における加振入力は要素に関わらず同位相の単位入力とする。TPA のモデル構築においては、1 要素辺り 5 点の応答があるため、式(8)の $[H_{mm}]^{-1}$ は 15 行 3 列、 $\{v_m\}$ は 15 行 1 列となり、MATLAB の擬似逆行列により入力ベクトルを求める。

3.1.1 解析結果と考察 検討手順 1) と 2) に従い逆行列法の TPA による式(8)より同定した入力は、損失係数の条件に関係なく全ての周波数域において単位入力の結果が得られモデルの有効性が示された。また損失係数

の入力パワーと寄与率への影響については、入力パワーについては損失係数の条件に関係なく定量的に概ね一致しており、寄与率については(iii)の条件において SEA の結合損失率が負の値を示す場合があり両手法の比較が困難となる周波数域を除いては、概ね 3 種類の条件において大きな違いはないため、本報では一例として(i)の損失係数の条件についての結果を示すこととする。

3.1.2 加振源の入力について 加振源の入力パワーの結果を図 2(a), (b)に示す。図 2(a), (b)より 400 Hz 程度から SEA は定量的に TPA の式(12)で予測した結果にほぼ一致しており、フレームに入力がある場合にも空間平均した要素の結果である SEA の入力パワーと入力点のみの応答結果である TPA との違いは小さいと言え、薄板とフレーム構造を組み合わせた構造物においても 400 Hz 程度以上で提案式の有効性が示せた。

3.1.3 加振源からの伝達寄与について 加振源からの寄与率の結果の一例を図 2(c)に示す。図 2(c)より TPA の結果は 1k Hz と 2k Hz を除いてほぼ 50 %を示しているが、式(13)による SEA の結果は 160 Hz, 250 Hz, 1k Hz, 1.25k Hz, 1.6k Hz や 2k Hz で 50 %からずれている。しかし、式(14)による結果は概ね 50 %を示し良好である。紙面の都合上省略するが、検討手順 1)と 2)において要素 2 を加振したデータを左右対称となるよう要素 1 のデータと入れ替えた結果、寄与率は TPA も SEA もほぼ 50 %となった。すなわち入力点と評価点の応答位置が良好であれば所望の結果が得られると言え、寄与率について薄板とフレーム構造を組み合わせた構造物においても提案式の有効性が示せた。

3.2 対象構造物と解析内容 提案方法の実用性を検証するため、前節で検討した構造を拡張した図 3 で示す構造物を対象とする。パネルの板厚、フレームの断面サイズ、モデルの材料特性は前節と同様である。要素 1 のフレームは要素 3, 4 と 5 と点で連結しており、要素 2 は要素 3, 4 と 7 と点で連結している。図中の#は要素番号を示し、板要素間はライン結合しており、板要素の周辺境界は単純支持としている。要素の名称、要素の表面積及び質量を表 1 に示す。

図 3 は検討手順 2)の実稼動試験を示しており前節と同様、要素 1 と 2 に入力があることを示す。入力位置と応答位置については、要素 1 と 2 については左右対称であ

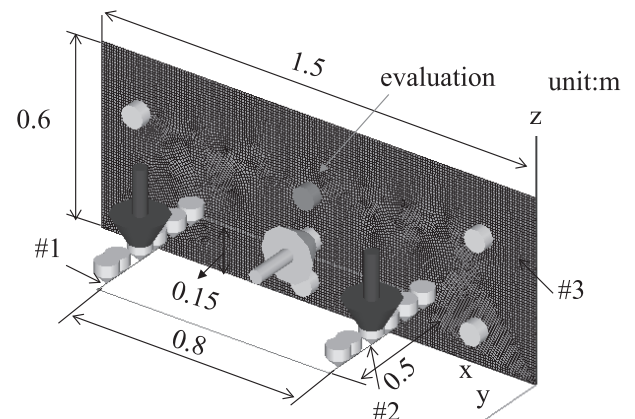
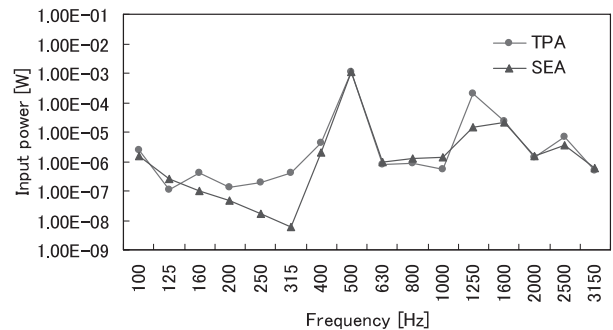
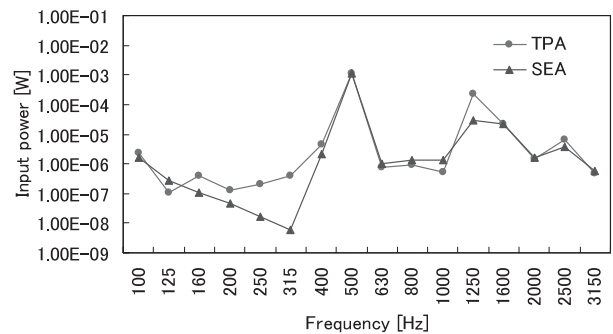


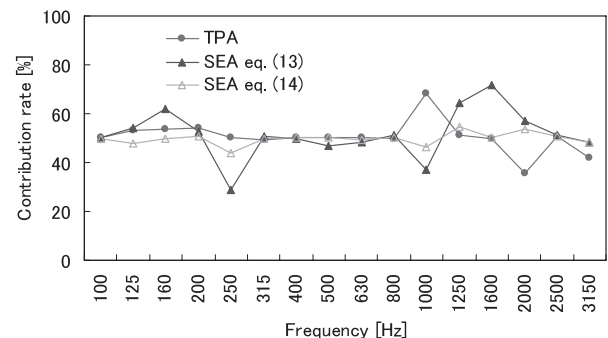
Fig.1 Test structure 1, including excitation (arrows), response (circles), and evaluation location of each subsystem.



(a) Input power of subsystem 1



(b) Input power of subsystem 2



(c) Contribution rates from subsystem 1 to subsystem 3

Fig.2 Comparison between SEA and TPA for the test structure 1 in case of damping ratio (i).

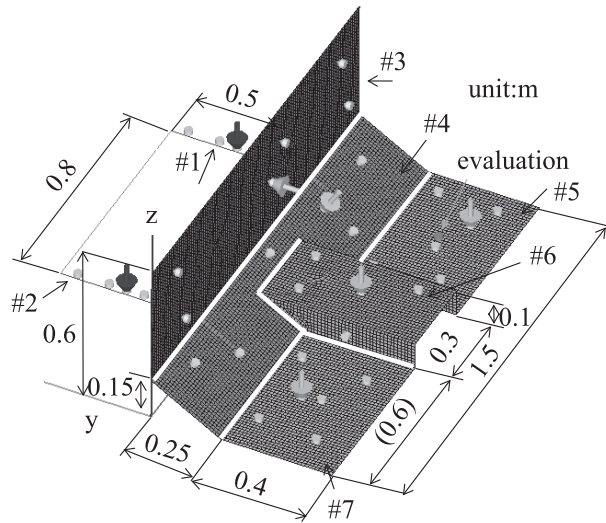


Fig.3 Test structure 2, including excitation (arrow), response (circles), and evaluation locations of each subsystem.

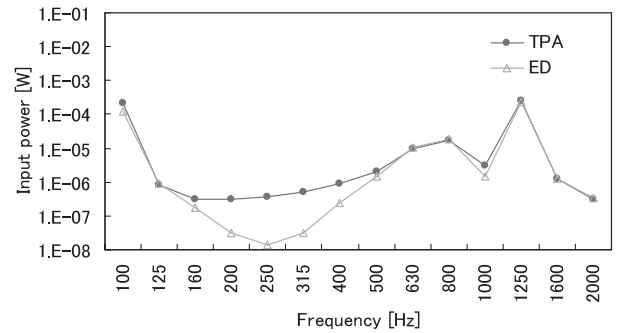
Table 1 Subsystem information.

Subsystem number and name	Area (m ²)	Weight (kg)
1. Right frame	-	1.673
2. Left frame	-	1.673
3. Dash panel	0.675	4.212
4. Center plate	0.379	2.365
5. Right floorboard	0.240	1.498
6. Center floorboard	0.267	1.664
7. Left floorboard	0.240	1.498

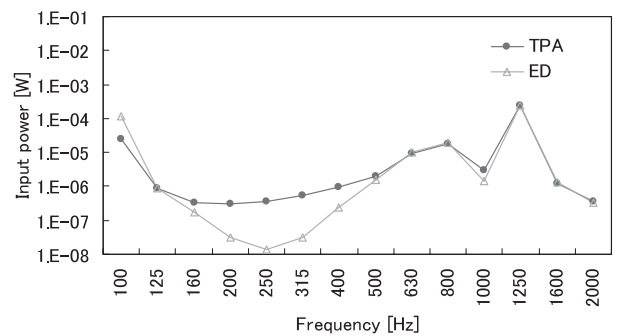
るが、他の要素についてはランダムに配置した。寄与率の評価は、図 3 より要素 5 のフロア振動とするため、入力要素から評価要素までの結合を考慮する必要がある、エネルギーモデルは SEA ではなく、全要素間の結合を考慮する ED で検討する。

解析対象周波数は 100 Hz から 2k Hz までの 1/3 オクターブ帯域とする。FEM の要素サイズは、2.6k Hz までの曲げ波長に 6 節点が含まれるよう、一辺長を 12.5 mm 程度とする。またモデルに与える損失係数は、周波数に関係なく要素 1 と 2 が 0.1 %、板要素を 1 %とした。TPA のモデル構築においては、1 要素辺り 5 点の応答があるため、式(8)の $[H_{mm}]^{-1}$ は 35 行 7 列、 $\{v_m\}$ は 35 行 1 列となり、MATLAB の擬似逆行列により入力ベクトルを求める。

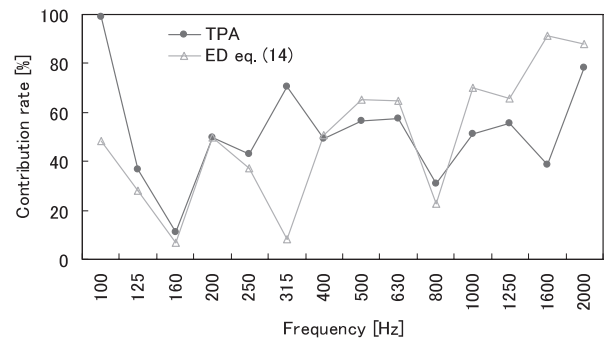
3.2.1 解析結果と考察 検討手順 1) と 2) に従い逆行列法の TPA による式(8)より同定した入力は、概ね全



(a) Input power of subsystem 1



(b) Input power of subsystem 2



(c) Contribution rates from subsystem 1 to subsystem 5

Fig.4 Comparison between ED and TPA for the test structure 2.

ての周波数域において単位入力の結果が得られモデルの有効性が示された。

3.2.2 加振源の入力について 加振源の入力パワーの結果を図 4(a), (b)に示す。図 4(a), (b)より 200 Hz から 400 Hz を除いて SEA は定量的に TPA の式(12)で予測した結果に一致しており、複雑な薄板とフレーム構造を組み合わせた構造物においても 400 Hz 程度以上で提案式の有効性が示せた。

3.2.3 加振源からの伝達寄与について 加振源からの寄与率の結果の一例を図 4(c)に示す。本対象では ED において負の損失率が見られ、式(13)では TPA との比較が困難であるため新たに提案した式(14)による結果との比較を示す。図 4(c)より定量的に一致している箇所や定性的に一致していない箇所も見られるが、式(14)により両手法の比較が可能となった。それぞれの手法から得られる値については更なる検討が必要であるが、寄与率についても複雑な薄板とフレーム構造を組み合わせた構造物において 400 Hz 程度以上で提案式の有効性が示せた。

今後は両手法について、①閉音場を含む対象構造物において音場を評価点とした場合の検討、②構造変更が寄与率結果に及ぼす影響についての検討、が挙げられる。

4. おわりに

本報は、SEA と TPA により得られた結果を比較するための適用検討として、薄板とフレーム構造を組み合わせた構造物を対象に振動系について加振源の入力パワーと加振源からの伝達経路の寄与率の検討を行った。本報で得た知見は以下のとおりである。

- (1) 加振源の入力について、フレームに入力がある場合にも要素平均の結果である SEA の入力パワーと TPA の逆行列法から得られた入力点の力の応答結果を用いた入力パワーの値は、400 Hz 程度以上で比較的定量的に一致しており、この範囲において提案式の有効性が示せた。
- (2) 加振源からの伝達寄与について、新たにエネルギーモデルに関する寄与率の評価式を提案し、両手法の比較が可能となることを示した。

謝辞

本研究の一部は、公益財団法人スズキ財団の科学技術研究より助成を受けたものであり、ここに謝意を表する。

参考文献

- (1) 黒田勝彦, 山崎徹, 橋本崇史: エネルギー解析による機械製品の実稼動時の入力パワーの推定, 日本機械学会論文集C編, Vol. 77, No. 777 (2011), pp. 1737-1747.
- (2) 小泉孝之, 辻内伸好, 仲村潔郎, 城戸一郎, 橋岡正

人: 多岐伝達経路を有する構造体の振動伝達特性の抽出と可視化, 日本機械学会論文集C編, Vol. 76, No. 772 (2010), pp. 3301-3308.

- (3) David Copley, D. W. Herrin, Harvind Raman, and Jiantie Zhen: Obtaining Structure-Borne Input Power for a SEA Model of an Earthmoving Machine Cab, SAE Technical Paper, 2011, doi:10.4271/2011-01-1732.
- (4) 黒田勝彦: SEAとTPAによる入力源と伝達寄与に関する基礎検討, 長崎総合科学大学紀要, Vol. 52, (2012), pp. 21-30.
- (5) Lyon, R. H.: Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems: Theory and Application, MIT Press, (1975).
- (6) Bies, D. A., and Hamid, S.: In situ determination of loss and coupling loss factors by the power injection method, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.70, (1980), pp. 187-204.
- (7) Fredo, C. R., "A SEA-like approach for the deviation of energy flow coefficients with a finite element model", *Transactions of the ASME, Journal of Sound and Vibration*, Vol. 199, (1997), pp. 645-666.

付録

結合損失率が負の値となる場合の一例として、図 A1 に式(2)のパワー注入法による損失率算出の一般式に従い、式(A1)より求めた 100 Hz における ILF1 と CLF12 の結果を示す。ILF2 と CLF21 は同様の傾向のため省略する。横軸は、エネルギー比 E_{ij}/E_{jj} を表す。ここで、 E_{ij} は要素 j を 1W の入力パワーで加振したときの要素 i の応答エネルギーを表わす。

図 A1 より、エネルギー比が 1 を超えると（エネルギー比が 1 の場合は、逆行列演算が特異なため解は得られない）、CLF12 が負の値となることがわかる。

これより、加振した要素エネルギーと応答要素エネルギーを比較した時、応答エネルギーが加振したエネルギーよりも大きい場合に、負の結合損失率になると言える。

$$\begin{pmatrix} \eta_{1,1} \\ \eta_{1,2} \\ \eta_{2,1} \\ \eta_{2,2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} E_1^1 & E_1^1 & -E_2^1/E_1^1 & 0 \\ 0 & -E_1^1 & E_2^1/E_1^1 & E_2^1/E_1^1 \\ E_1^2/E_2^2 & E_1^2/E_2^2 & -E_2^2 & 0 \\ 0 & -E_1^2/E_2^2 & E_2^2 & E_2^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A1})$$

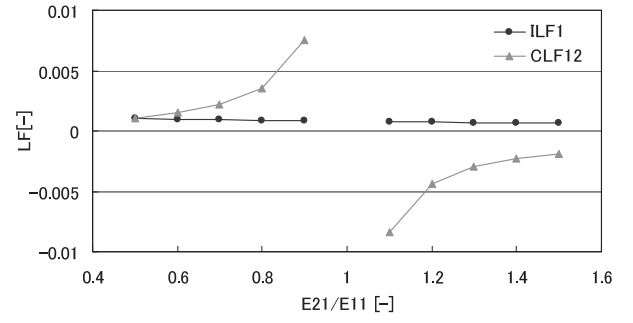


Fig.A1 Examples of calculated loss factors.