

【工学】

<研究論文>

FEM を用いた SEA 構造モデル構築法に関する研究

黒田 勝彦^{*1}・並川 修平^{*2}

A Study on Method of Structure Model Construction

for Statistical Energy Analysis using FEM

KURODA Katsuhiko and NAMIKAWA Shuhei

Summary

This paper presents a structure model construction for statistical energy analysis (SEA) using FEM. Identifying SEA parameter regardless of the excitation method is demanded effectively. The proposed method is based on a combination of SEA and vibration response by random vibration analysis. This method is effective on an analytical cost performance for base excitation compared with the conventional force excitation method that is called rain-on-the-roof-excitation. In this study, the proposal method is validated through the two types of model, (i) simple flat plate consisting of one subsystem, and (ii) an L plate consisting of two subsystems. As a result, the method is shown to work quantitatively well to the internal loss factors and qualitatively well to the coupling loss factors.

Keywords : (Statistical Energy Analysis, Random Vibration, FEM, Vibration of Continuous System, Forced Vibration)

1. はじめに

現在自動車産業において、燃費規制が厳しくなり燃費向上のため車体の軽量化が求められ、高剛性の薄い鋼板が部分的に使用されることで複雑な構造形態となり、高周波数までの振動騒音解析が求められている。また、駆動にモータを利用する EV, HV や PHV の車では内燃機関の車に対して常時比較的静かであることが求められ、高周波数までの振動騒音対策が不可欠となっている。可聴周波数域の振動・騒音問題を解決する手法の一つに、統計的エネルギー解析法 (Statistical Energy Analysis; 以下 SEA) ⁽¹⁾がある。SEA は、対象系を要素の集合体とみなし、要素間のパワー平衡に注目する手法である。SEA モ

デルの構築方法に着目すると、設計の上流段階では半無限構造物の波動伝搬理論をベースに導出された解析 SEA^{(2), (3)}が有効であろう。また、形状の図面データが存在するならば FEM を用いた SEA^{(4), (5)} (FEM 上で実験 SEA モデルを構築すること) が有効であり、実機が存在するならば、実験 SEA^{(2), (6)}が有効であると思われる。

これまで著者らは、実験 SEA をベースとした固体音低減プロセスを提案し⁽⁷⁾、各種機器に適用し有効性を検証してきた。このプロセスは、対象全系から固体音を低減するために有効な箇所、すなわち変更すべき SEA パラメータ (内部損失率や結合損失率) の特定を目指したものである。そこで、特定された部分構造のみを対象とした

^{*1} 工学部 工学科 機械工学コース 教授

^{*2} 大学院 生産技術学専攻

2017年3月21日受付

2017年6月27日受理

FEM モデルを用いて、パワー注入法 (Power Injection Method: 以下 PIM) ⁽⁸⁾に基づき結合損失率を評価する手法 (FEM-SEA) を提案した⁽⁹⁾. FEM は、対象系の形状の制限がほとんどなく、寸法、境界、荷重などの解析条件を実物に即して作成すれば、任意の周波数、任意の位置の詳細な応答予測が可能である. FEM を援用した SEA モデル構築における構造加振では、SEA パラメータの評価のために SEA 要素における入力パワーと要素エネルギーを算出する必要があり、rain-on-the-roof 加振⁽¹⁰⁾が推奨されている. ここで、rain-on-the-roof 加振とは、「残響振動場か残響音場にある要素の要素間において、広帯域の周波数範囲で互いに無相関に加振される」という SEA 仮定を満たすための具現化した一つの方法として、点加振を全ての節点、または要素に適用することである. しかし、高周波数域の解析になると、構造メッシュが細くなり加振点数や応答点数が増え、解析に時間がかかるため、より短時間で効率的に結果を得ることが求められている. この問題を解決するため著者は、要素構造の重心の節点を加振する方法を提案し⁽¹¹⁾、1, 2 要素系の構造を対象に検討を進め、内部損失率の評価は概ね良好であるが、2 要素系の構造では受振側の要素応答の変動が大きいことにより、結合損失率の評価で良好な結果は得られなかった. よって、SEA パラメータの評価において、加振法、応答位置や点数に関わらず、定量的な検討を行えることが望ましいと考えられる.

以上の背景の下、本報では、FEM を用いた SEA の構造モデル構築において、これまで提案された解析コストのかかる FEM 節点を力により加振する方法に代替する基礎励振により得られた応答結果を用いて SEA パラメータを評価する方法の有効性を、1 要素系の平板構造と 2 要素系の L 型構造を対象に検討することを目的とする.

2. FEM を用いた SEA モデル構築の基礎理論

2.1 SEA 基礎式 SEA は、対象系 (system) を要素 (subsystem) の集合体とみなし、要素間のパワー平衡に着目する. r 要素からなる系の SEA 基礎式は、次式で表される⁽¹⁾.

$$\mathbf{P} = \mathbf{L}\mathbf{E} \quad (1)$$

$$\mathbf{L} = \omega \begin{pmatrix} \eta_{1,1} + \sum_{i=1}^r \eta_{1,i} & -\eta_{2,1} & \cdots & -\eta_{r,1} \\ -\eta_{1,2} & \eta_{2,2} + \sum_{i=2}^r \eta_{2,i} & \cdots & -\eta_{r,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\eta_{1,r} & -\eta_{2,r} & \cdots & \eta_{r,r} + \sum_{i=r}^r \eta_{r,i} \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで、 ω は中心角振動数、 \mathbf{E} は要素エネルギーベクトル、 \mathbf{P} は入力パワーベクトルである. 損失率マトリクス \mathbf{L} は、内部損失率 $\eta_{i,i}$ (Internal Loss Factor; 以下 ILF) と結合損失率 $\eta_{i,j}$ (Coupling Loss Factor; 以下 CLF) を成分とする. ILF と CLF を評価し、損失率マトリクス \mathbf{L} を生成することを SEA モデルの構築と称す.

2.2 FEM を用いた SEA FEM を用いた SEA とは、FEM 上で実験 SEA モデルを構築することである. また、コンピュータ上で実験 SEA モデルを構築することは、コンピュータを使用して周波数応答計算を行い、SEA 要素における入力パワーと要素エネルギーを算出し SEA パラメータを評価することである. これまで著者らにより、全系モデルの部分に注目した FEM-SEA が提案されている⁽⁹⁾. コンピュータのコストが下がったこと、また計算能力が上がったことから、これまで複雑な構造物の固有振動数や低次における周波数応答解析程度に使用されていた FEM 計算が、今後全系モデルの SEA 解析に使用されることが期待されている.

2.3 Rain-on-the-roof 加振 Rain-on-the-roof 加振 (以下 rof 加振) は、SEA 仮定の一部である、①それぞれの要素が残響振動場か残響音場にある、②要素間は周波数帯域で互いに無相関に加振される、を満たすための加振方法の一種で、屋根に雨がふるように位相をずらして雨が屋根に落ちる様子を示した加振方法であり、加振力は全周波数成分を均一に有し、加振において全ての固有モードが励起されている. そして、仮定①は、全ての帯域にモードが均等にあることを意味していると考えられ、仮定②は参考文献⁽¹²⁾に示されているように、実験モード解析で問題になる多点同時加振時に、加振力に相関があれば加振力のパワースペクトル行列が特異となりモードの推定が難しくなることに起因していると考えられる. しかし、SEA モデルの構築で用いる PIM では、モデ

ル構築において要素間を同時に加振することはないため問題は無いと考えられる。

2.4 基礎励振 FEM を用いて基礎励振を実現する方法には、①変位強制振動解析、②ラージマス解析、③スペクトル解析、④ランダム振動解析、があり、④のランダム振動解析は、③のスペクトル解析の一種で、スペクトル成分が特定できない振動に対するものである。それぞれ加振により応答の周波数結果（①と②は応答の大きさと位相、③と④は大きさ）が算出される。2章2節で述べたように SEA パラメータ評価のため SEA 要素における入力パワーと要素エネルギーを算出する必要があるが、入力パワーの算出には加振点における応答速度の大きさと位相結果が、要素エネルギーの算出には応答点の応答速度の大きさの結果が必要である。しかし、基礎励振では構造全体を加振するため、加振点の入力パワーは不明である。そこで本報では、参考文献(13)より、以下で示す(3)式の入力パワー算出式を用いることとし、(3)式は加振した要素の応答速度の 2 乗平均結果のみを用いることから、④のランダム振動解析で検討することとする。加振する数においても、上述した 4 つの手法全てにおいて、全ての周波数成分をもつ基礎励振を行うため、加振数は 1 サブシステムあたり 1 回でよいため点加振を全ての節点に適用する rof 加振と比較し解析コストを抑えることができる。

$$P = \frac{1}{2} m \omega \eta v^2 \quad (3)$$

ここで、 m は要素の質量、 η は内部損失率、 v^2 は 2 乗平均応答速度である。

3. 単純構造への適用

本章では、前章で示した基礎励振法を参考文献(11)に従い、1 要素構造物と L 型の 2 要素構造物に適用し、rof 加振および詳細は不明のため本報では解析方法は省略するが、商用 SEA ソフトウェアの VA One の Energy Flow Model による⁽¹⁰⁾effective coupling loss factor (以下 ECLF) の結果と比較することで提案手法の有効性を検証する。

3.1 1 要素系の対象構造物と問題設定 対象とする鋼製の平板構造物は、板厚が 1 mm、幅 0.4 m、高さ 0.28 m である。境界条件は、ランダム振動解析による基礎励振では少なくとも 1 つの任意の節点を単純支持または固定

する必要があるため、周辺単純支持拘束において検討を行った。rof 加振およびランダム振動解析における FEM は、ANSYS Ver.11.0 の APDL 言語を使用し、要素タイプは弾性シェル要素 shell63 を用いる。要素サイズは、1k Hz の曲げ波長に 5 節点が含まれるよう、0.02 m×0.02 m とし、節点数は 315、要素数は 280 である。構造物の材質は、密度 7860 kg/m³、縦弾性係数 2.11×10¹¹ Pa、ポアソン比 0.3 とした。rof 加振においては、面外方向に単位加振 (1N) した振動応答を FEM のモード重ね合わせ法で求め、要素エネルギーは入力パワーで正規化した。変位応答は、25 Hz から 500 Hz まで 5 Hz 刻みの離散周波数で算出したのち、MATLAB による SEA パラメータの計算は、50 Hz から 400 Hz までの 1/3 オクターブ帯域周波数特性を算出した。固有モードの採用数は、0 Hz から 1k Hz までの計 28 個であり、モデルに与える損失率は全モード一律に 0.05 とする。ランダム振動解析では、単純支持拘束した平板の周辺を 1 Hz から 1k Hz まで PSD 値が 0.1(m/s²)²/Hz 一定で、面外方向に加振する。1 要素系の ILF の評価は、

$$\eta_{i,i} = \frac{1}{\omega} \frac{1}{E_i^j} \quad (4)$$

で示され、ここで Rof 加振において、要素 j を加振した入力パワーで正規化した要素 i のエネルギー E_i^j は、以下の式で示される。

$$E_i^j = \frac{1}{M_j} \sum_e \frac{m_i \sum_r V_{ir} V_{ir}^* / N_i}{\text{Re}[F_{je} V_{je}^*]} \quad (5)$$

ここで、 $\text{Re}[\]$ は実数部、 F_{je} と V_{je} は要素 j の節点 e を加振したときの加振力と加振点応答速度、 m_i と V_{ir} は要素 i の質量と節点 r の応答速度、 N_i は要素 i の応答節点数、 M_j は要素 j の加振節点数、*は複素共役をそれぞれ表わす。1 要素系の場合は、 E_i^j 、 M_j 、 F_{je} と V_{je} の小文字 j が i になる。

ランダム振動解析では、各節点の要素エネルギー mv^2 を求め、要素平均したエネルギーを用いて式(3)の入力パワーを求めることにより正規化した要素エネルギーを算出し、式(4)より ILF を評価した。rof 加振およびランダム振動解析の応答計算は、全体の 1/4 の部分を対象に検討を行った。

Table 1 Natural frequency.

Order	[Hz]
1	46.8
2	92.8
3	140.8
4	169.5
5	186.5
6	262.6
7	276.8
8	297.4
9	342.5
10	369.1
11	414.6
12	417.7

3.1.1 結果と考察 対象とする構造の 500 Hz までの固有振動数の結果を表 1 に示し、図 1 に rof 加振およびランダム振動解析の ILF 結果を示す。なお、VA One では ILF 結果が算出されないため示していない。また、入力パワーで正規化した要素エネルギーの応答結果（合計 70 個）を図 2 に示す。図 2 の赤線は平均値である。図 1 より、rof 加振では、FEM で設定した損失率 0.05 よりも小さな値となっている。一方、ランダム振動解析では(3)式の入力パワーの算出時に平均した応答エネルギーを用いているため、FEM で設定した損失率 0.05 を示している。図 2 より、rof 加振およびランダム振動解析で平均値の結果に大きな差は見られないが、ランダム振動解析の場合、変動幅が大きくなっているが原因は不明であり、今後の検討課題とする。

3.2 2 要素系の対象構造物と問題設定 対象とする 2 要素系の鋼製の L 型平板構造物を図 3 に示す。平板 1 の長さ (L1) は 0.5 m、平板 2 (L2) は 0.3 m で、結合辺 (L3) は 0.6 m である。板厚は 1 mm で、境界条件は、周辺単純支持拘束で検討を行う。FEM 解析の要素タイプおよび要素サイズは、前節の 1 要素系と同じで、節点数は 1271、要素数は 1200 である。rof 加振のモード重ね合わせ法で求めた変位応答は、25 Hz から 1k Hz まで 5 Hz 刻みの離散周波数で算出したのち、MATLAB による SEA パラメータの計算は、31.5 Hz から 1k Hz までの 1/3 オクターブ帯域周波数特性を算出した。固有モードの採用数は、0 Hz から 2k Hz までの計 284 個であり、モデルに与える損失率は全モード一律に 0.05 とする。ランダム振動解析では、単純支持拘束した平板の周辺を 1 Hz から 2k

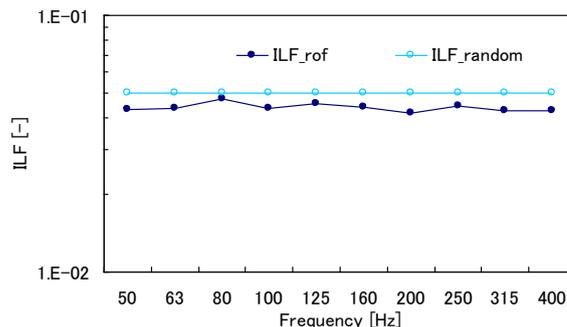
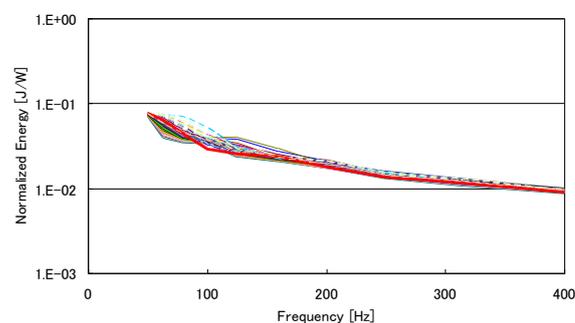
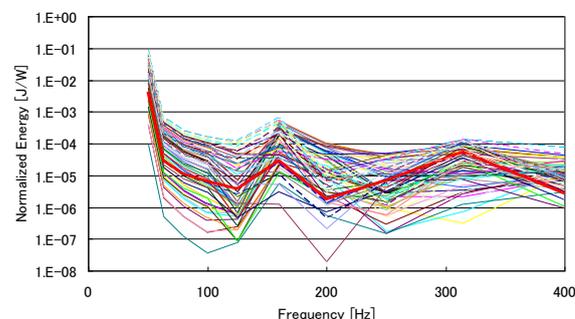


Fig.1 Comparison of the ILF between rain-on-the-roof excitation and random vibration.



(a) rain-on-the-roof excitation



(b) random vibration

Fig.2 Magnitudes of normalized energy, red line shows the averaged value.

Hz まで PSD 値が $0.1(\text{m/s}^2)^2/\text{Hz}$ 一定で、それぞれ面外方向に加振する。2 要素系の損失率の評価は、以下の式を使用する。

$$\begin{pmatrix} \eta_{1,1} \\ \eta_{1,2} \\ \eta_{2,1} \\ \eta_{2,2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} E_1^1 & E_1^1 & -E_2^1 & 0 \\ 0 & E_1^1 & -E_2^1 & -E_2^1 \\ -E_1^2 & -E_1^2 & E_2^2 & 0 \\ 0 & -E_1^2 & E_2^2 & E_2^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

rof 加振およびランダム振動解析の応答計算は、全体の

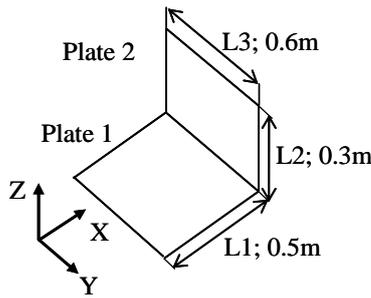


Fig.3 Apparatus of test plate structure.

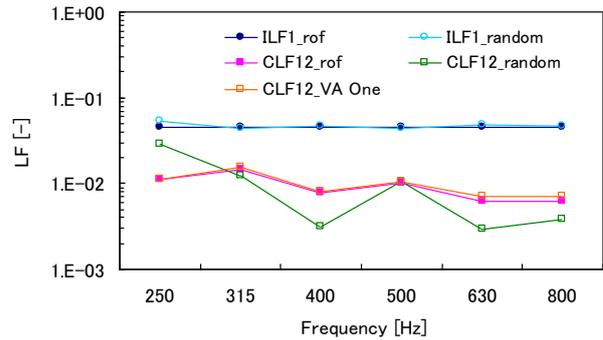
Table 2 Number of modes per band for each subsystem.

	Subsystem 1	Subsystem 2
31.5	0	1
40	1	0
50	1	1
63	1	0
80	1	1
100	2	0
125	2	3
160	3	1
200	5	2
250	5	4
315	6	3
400	7	4
500	10	6
630	16	7
800	16	10
1000	20	14

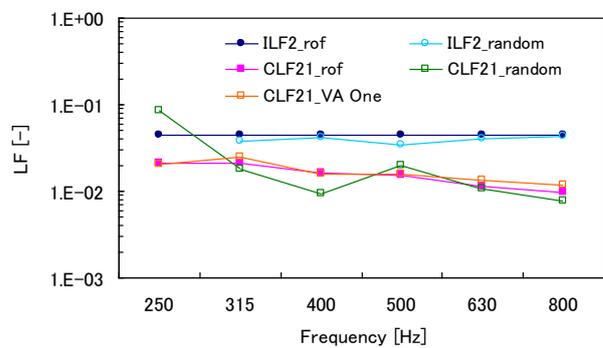
1/2 の部分を対象に検討を行った。

3.2.1 結果と考察 対象とする構造のそれぞれの要素の固有振動数の個数の結果を、表 2 に示す。表 2 より、30 Hz 程度から固有振動数はあるが、損失率の比較においては各要素に 3 個以上のモードがある 250 Hz から 800 Hz 帯域の結果を示すこととする。図 4 に rof 加振、ランダム振動解析と VA One による ECLF の結果を示す。ランダム振動解析の ILF2 の 250 Hz 帯域では負の値を示し、プロットされていないが、要素 2 加振時の要素 1 の応答が比較的大きかったためである。図 4 より ILF に関しては、rof 加振、ランダム振動解析ともに設定した値である 0.05 に概ね一致している。CLF に関しては、rof 加振と VA One の ECLF の結果は定量的に一致しており、ランダム振動解析では定性的に良好な結果を示した。

4. おわりに



(a) Loss factors regarding subsystem 1.



(b) Loss factors regarding subsystem 2.

Fig.4 Comparison of loss factors.

本報は、FEM を用いた SEA の構造モデル構築において、これまで提案された解析コストのかかる FEM 節点を力により加振する rof 加振に代替する基礎励振で得られた応答結果を用いて SEA パラメータを評価する方法の有効性を、1 要素系の平板構造と 2 要素系の L 型構造を対象に検討を行った。

その結果、1 要素系の構造物では、入力パワーの算出に平均した要素エネルギーを用いることで、FEM で設定した損失率と同値が得られ、2 要素系においても固有振動数が 3 個以上要素に含まれる帯域において、定性的に良好な結果を示すことができた。

今後は、本手法の更なる有効性を検討するため、①高周波域での検討、②3 要素以上の構造物への展開、③自由支持の構造対象に対する検討、④他の基礎励振法による検討、⑤実験による検証、が必要であると考えている。

謝辞

本研究の一部は、公益財団法人 JKA の競輪*の補助 (27-153) を受けたものであり、ここに謝意を表す。

参考文献

- (1) R. H. Lyon, Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems: Theory and Application, MIT Press, (1975).
- (2) A. C. Nilsson, Reduction of structure-borne sound in simple ship structures: Results of model tests, Journal of Sound and Vibration, 61(1), (1978), pp. 45-60.
- (3) C. Aran and M. Dhanesh, Efficient Optimum Design in Statistical Energy Analysis Framework: Proceedings of Eleventh International Congress on Sound and Vibration, (2004), pp. 3249-3256.
- (4) F. J. Fahy and A. D. Mohammed, A study of uncertainty in applications of SEA to coupled beam and plate systems, Part 1: Computational experiments, Journal of Sound and Vibration, 158(1), (1992), pp. 45-67.
- (5) J. A. Steel and R. J. M. Craik, Statistical Energy Analysis of Structure-Borne sound transmission by finite element methods, Journal of Sound and Vibration, 178(4), (1994), pp. 553-561.
- (6) B. L. Clarkson and M. F. Ranky, On the measurement of the coupling loss factor of structural connections, Journal of Sound and Vibration, 94(2), (1984), pp. 249-261.
- (7) 山崎徹, 黒田勝彦, 森厚夫, SEAによる機械製品の固体音低減プロセス, 日本機械学会論文集C編, Vol. 73, No.726 (2007), pp.446-452.
- (8) D. A. Bies, and S. Hamid, In situ determination of loss and coupling loss factors by the power injection method, Journal of Sound and Vibration, 70, (1980), pp. 187-204.
- (9) 山崎徹, 黒田勝彦, 鎌田実, 部分構造を対象としたFEMによるSEAパラメータの評価 (FEM-SEAの提案), 日本機械学会論文集C編, Vol. 74, No.747 (2008), pp.2655-2661.
- (10) B. R. Mace and P. J. Shoter, Energy Flow Models from Finite Element Analysis, Journal of Sound and Vibration, 233, (2000), pp. 369-389.
- (11) 黒田勝彦, FEMを援用したSEAモデルの簡易構造設計手法に関する研究, 長崎総合科学大学所報第7号, (2012), pp. 111-116.
- (12) 成田正夫, 実験モード解析のための新たな周波数応答関数推定方法の研究, pp.46-73, 2008年博士論文.
- (13) L. Cremer, M. Heckl and B. A. T. Petersson, Structure-Borne Sound, Springer, (2005), pp. 303.